A7B31ZZS – 5. PŘEDNÁŠKA

20. října 2014

- Jednoduché číslicové filtry
  - číslicová filtrace, základní operace
  - filtry s jednou nulou
  - filtry s jedním pólem
  - filtry s jedním pólem a jednou nulou
- Aplikace jednoduchých číslicových filtrů
  - číslicové filtry v MATLABu
  - filtrace řeči
  - diferenciátor a integrátor
  - detektory obálek

Klasifikace systémů

- **Podle charakteru signálu:**
  - ***spojité***: pracují se spojitými vstupními a výstupními signály
  - ***číslicové***: pracují s diskrétními signály
  - ***hybridní***: fungují jako převodníky mezi analogovými a číslicovými signály

Klasifikace systémů

- **Podle kauzality:**
  (princip kauzality: odezva nemůže nastat dříve než buzení)
  - ***kauzální*****:** odezva závisí pouze na současných a minulých hodnotách
  - ***nekauzální*****:** závislost i na budoucích hodnotách (nerealizovatelné v on-line systémech, avšak realizovatelné v off-line režimu – celý signál je v paměti)

Klasifikace systémů

- **Podle linearity:**
  - odezva na lineární kombinaci budících signálů je rovna lineární kombinaci odezev na jednotlivé budící signály
  - z linearity vyplývá princip superpozice (odezvu systému lze složit z odezev na dílčí buzení)

Klasifikace systémů

- **Podle stacionarity (časové nezávislosti):**
  - Pro časově nezávislý systém platí podmínka: Je-li vstupní signál zpožděn o určitý čas, musí i výstup být zpožděn o stejný čas. Chování systému se nemění v čase.

Číslicové filtry

- **Číslicové filtry**
  - algoritmy provádějící lineární kombinaci vzorků vstupního a výstupního signálu tak, aby došlo ke zvýraznění, nebo naopak potlačení vybraných složek signálu.
- **Návrh filtrů**
  - Návrh koeficientů lineární kombinace (≡ koeficientů filtrů)

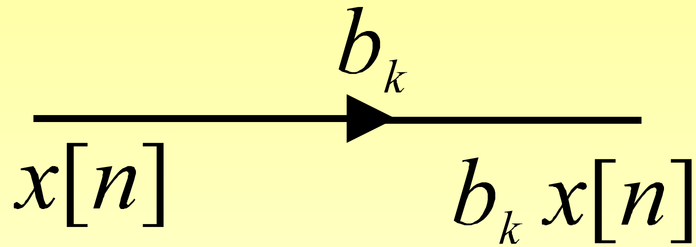
Základní operace číslicové filtrace

- **Násobení konstantou**

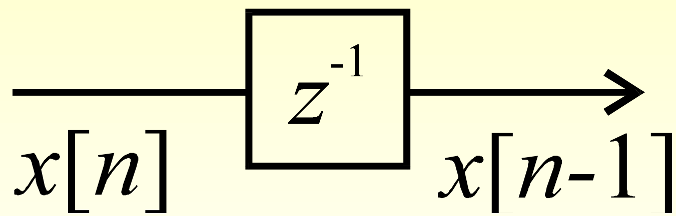
$$x[n] \xrightarrow{\;b_k\;} b_k\, x[n]$$

Základní operace číslicové filtrace

- **Násobení konstantou**

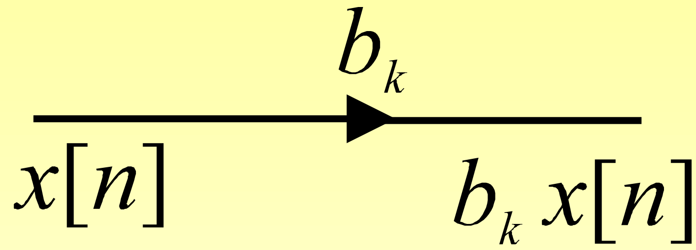


- **Zpoždění o jeden vzorek**

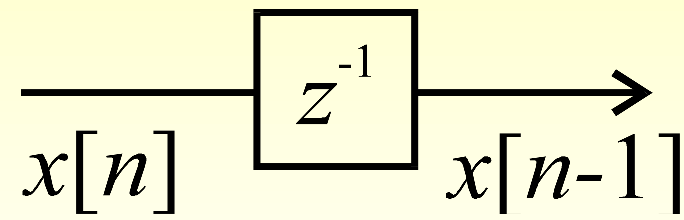


Základní operace číslicové filtrace

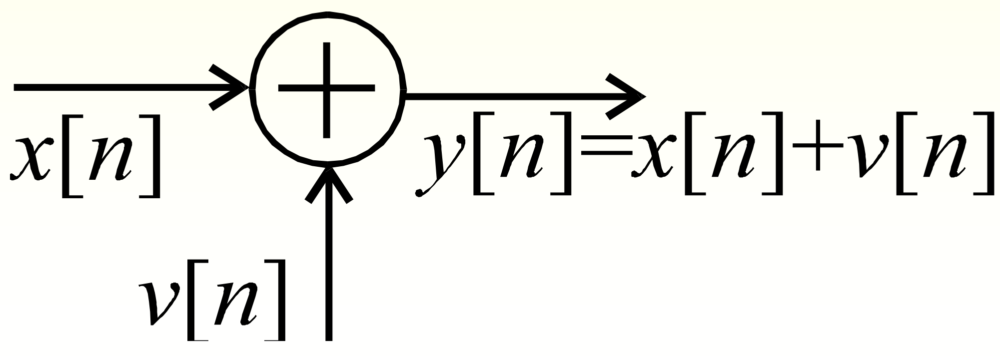
- **Násobení konstantou**



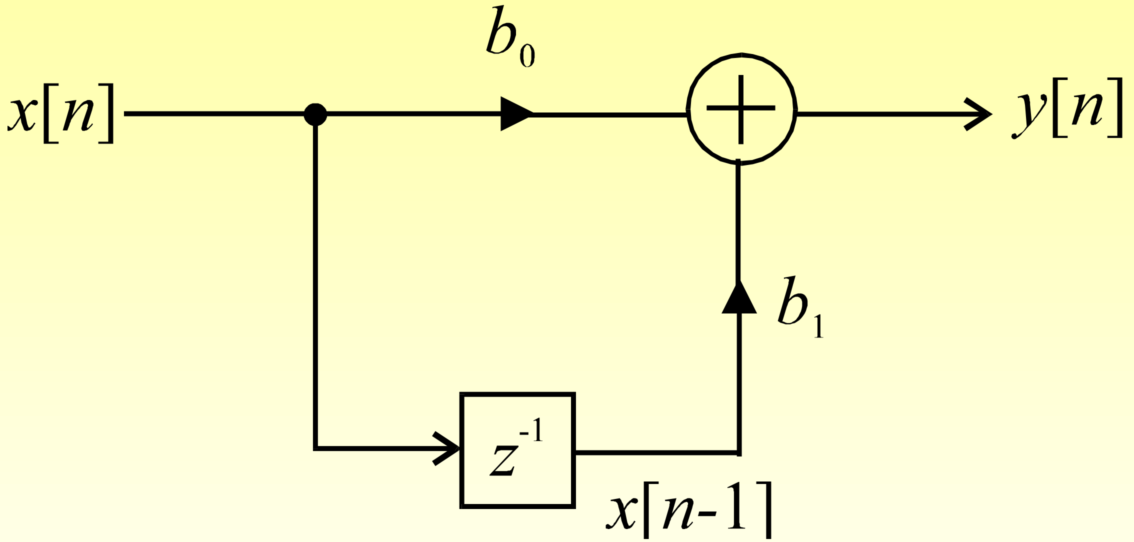
- **Zpoždění o jeden vzorek**



- **Sčítání dvou posloupností**

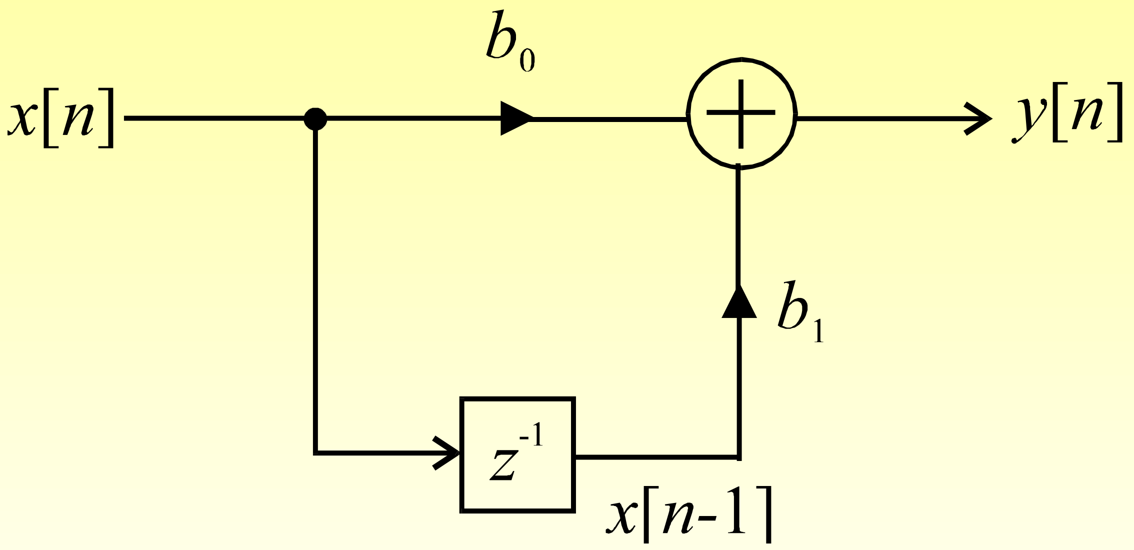


Jednoduché filtry 1. řádu FIR s jednou nulou



- $x[n]$ … vstupní vzorek
- $y[n]$ … výstupní vzorek
- b_0, b_1..koeficienty filtru

Jednoduché filtry 1. řádu FIR s jednou nulou



- ***Diferenční rovnice***
- $y[n] = b_0 x[n] + b_1 x[n-1]$

Jednoduché filtry 1. řádu FIR s jednou nulou

- *Diferenční rovnice*
- $y[n] = b_0 x[n] + b_1 x[n-1]$

- řešení: rekurentní výpočet
- p.p. $x[-1] = 0$

- $n = 0$ $y[0] = b_0 x[0]$
- $n = 1$ $y[1] = b_0 x[1] + b_1 x[0]$
- $n = 2$ $y[2] = b_0 x[2] + b_1 x[1]$
- $n = 3$ $y[3] = b_0 x[3] + b_1 x[2]$

Jednoduché filtry 1. řádu FIR s jednou nulou

- *Diferenční rovnice*
- $y[n] = b_0 x[n] + b_1 x[n-1]$

- *Impulsní charakteristika*
- $x[-1] = 0$, $x[0] = 1$, $x[1] = 0$, $x[2] = 0$

- řešení: rekurentní výpočet
- $n = 0$ $\quad y[0] = b_0 x[0]$ $\quad y[0] = b_0$
- $n = 1$ $\quad y[1] = b_0 x[1] + b_1 x[0]$ $\quad y[1] = b_1$
- $n = 2$ $\quad y[2] = b_0 x[2] + b_1 x[1]$ $\quad y[2] = 0$
- $n = 3$ $\quad y[3] = b_0 x[3] + b_1 x[2]$ $\quad y[3] = 0$

Jednoduché filtry 1. řádu FIR s jednou nulou

- ***Diferenční rovnice***
- $y[n] = b_0 x[n] + b_1 x[n-1]$

- ***Z-transformace***
- $Y(z) = b_0 X(z) + b_1 z^{-1} X(z)$

Z-transformace - převádí časový popis číslicových signálů do komplexní roviny, kde lze snáze studovat chování systémů a jejich frekvenční charakteristiky.

operátor z^-1 představuje zpoždění o 1 vzorek

Jednoduché filtry 1. řádu FIR s jednou nulou

- *Diferenční rovnice*
- $y[n] = b_0 x[n] + b_1 x[n-1]$

- *Z-transformace*
- $Y(z) = b_0 X(z) + b_1 z^{-1} X(z)$

Jednoduché filtry 1. řádu FIR s jednou nulou

- *Diferenční rovnice*
- $y[n] = b_0 x[n] + b_1 x[n-1]$

- *Z-transformace*
- $Y(z) = b_0 X(z) + b_1 z^{-1} X(z)$

- *Přenosová funkce*
- $H(z) = \mathrm{Y(z)/X}(z) = b_0 + b_1 z^{-1}$
  $= b_0 + b_1 / z$
  $= (b_0 z + b_1) / z$

Jednoduché filtry 1. řádu FIR s jednou nulou

- ***Přenosová funkce***
- $\boldsymbol{H(z) = \mathrm{Y}(z)/\mathrm{X}(z) = b_0 + b_1 z^{-1}}$

$$= b_0 + b_1 / z$$

$$= (b_0 z + b_1) / z$$

Přenosová funkce H(z) popisuje chování systému v komplexní rovině
Vztah mezi přenosovou funkcí a H(z) a frekvenční charakteristikou H(F):
frekv. charakteristiku H(F) získáme dosazením z = e^j2piF do H(z)

Jednoduché filtry 1. řádu FIR s jednou nulou

- *Diferenční rovnice*
- $y[n] = b_0 x[n] + b_1 x[n-1]$

- *Z-transformace*
- $Y(z) = b_0 X(z) + b_1 z^{-1} X(z)$

- *Přenosová funkce*
- $H(z) = \mathrm{Y(z)/X}(z) = b_0 + b_1 z^{-1}$
  $= b_0 + b_1 / z$
  $= (b_0 z + b_1) / z$

- *Frekvenční charakteristika*
- $H(\mathrm{e}^{j\Theta}) = b_0 + b_1 \mathrm{e}^{-j\theta} = (b_0 \mathrm{e}^{j\theta} + b_1) / \mathrm{e}^{j\theta}$, $\theta = 2\pi f/f_s$

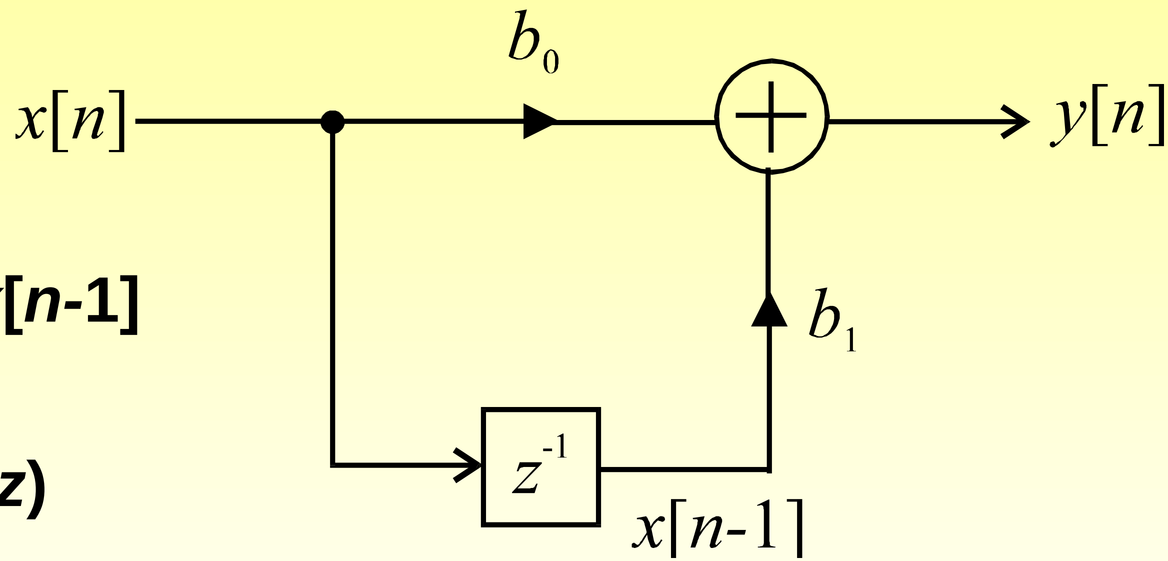
LTI systémy (Linear time-invariant)
Lineární časově nezávislé systémy

Systémy relativně jednoduché pro popis, analýzu a syntézu

- **Popis číslicových LTI systémů**
  - **pomocí základních stavebních prvků (násobení, sčítání, zpoždění)**
  - **diferenčními rovnicemi**
  - **pomocí přenosových funkcí (prostřednictvím Z-transformace)**
  - **pomocí impulsní odezvy**

Jednoduché filtry 1. řádu FIR s jednou nulou

- ***Příklad*:**
  - $b_0 = 1$
  - $b_1 = -1$



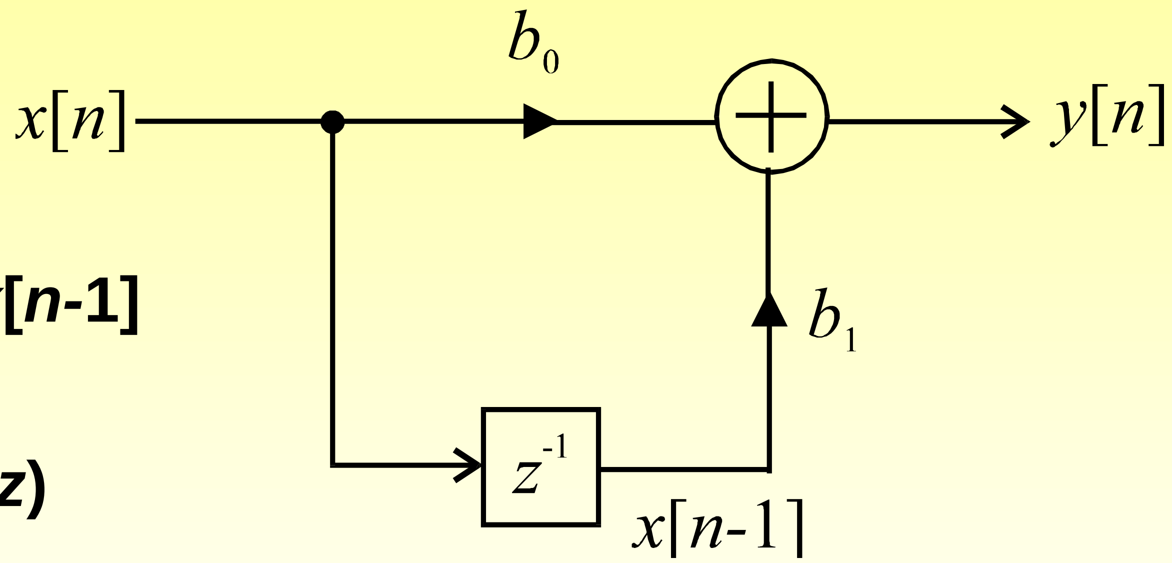
- $y[n] = x[n] - x[n-1]$

- $H(z) = Y(z)/X(z)$
  $= 1 - z^{-1}$
  $= 1 - 1/z$
  $= (z - 1)/z$

- ***Nula* = ?**
- ***Pól* = ?**

Jednoduché filtry 1. řádu FIR s jednou nulou

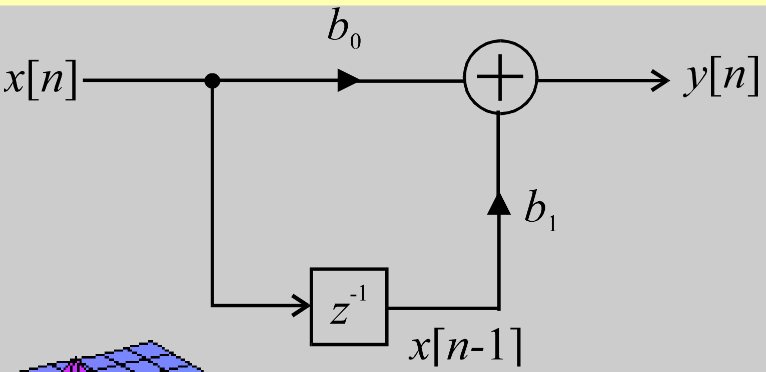
- ***Příklad*:**
  - $b_0 = 1$
  - $b_1 = -1$

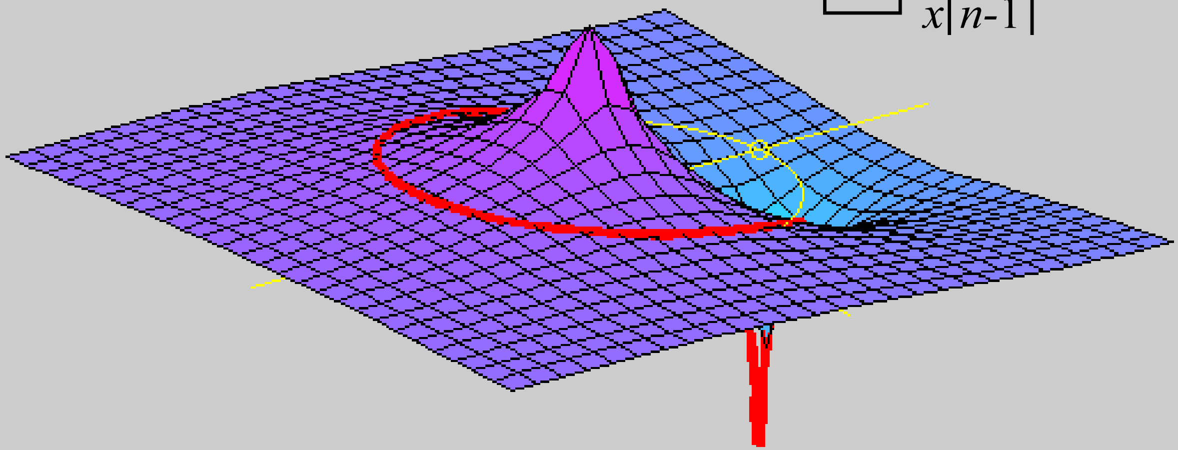


- $y[n] = x[n] - x[n-1]$
- $H(z) = Y(z)/X(z)$
  $= 1 - z^{-1}$
  $= 1 - 1/z$
  $= (z - 1)/z$
- *Nula* $z = 1$
- *Pól* $z = 0$

Jednoduché filtry 1. řádu FIR s jednou nulou

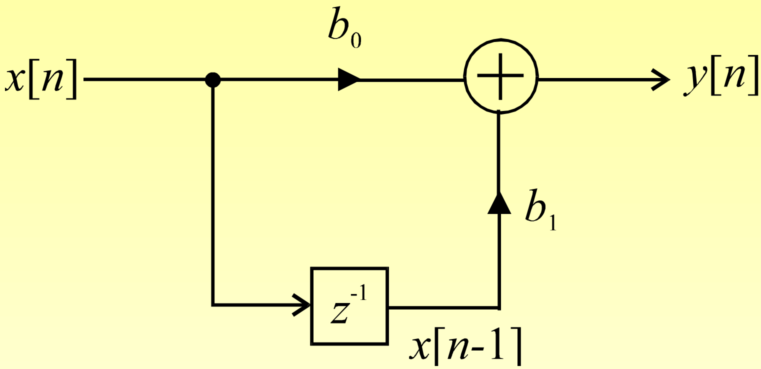
- ***Příklad***:
  - $b_0 = 1$
  - $b_1 = -1$
  - *Nula* $z = 1$
  - *Pól* $z = 0$

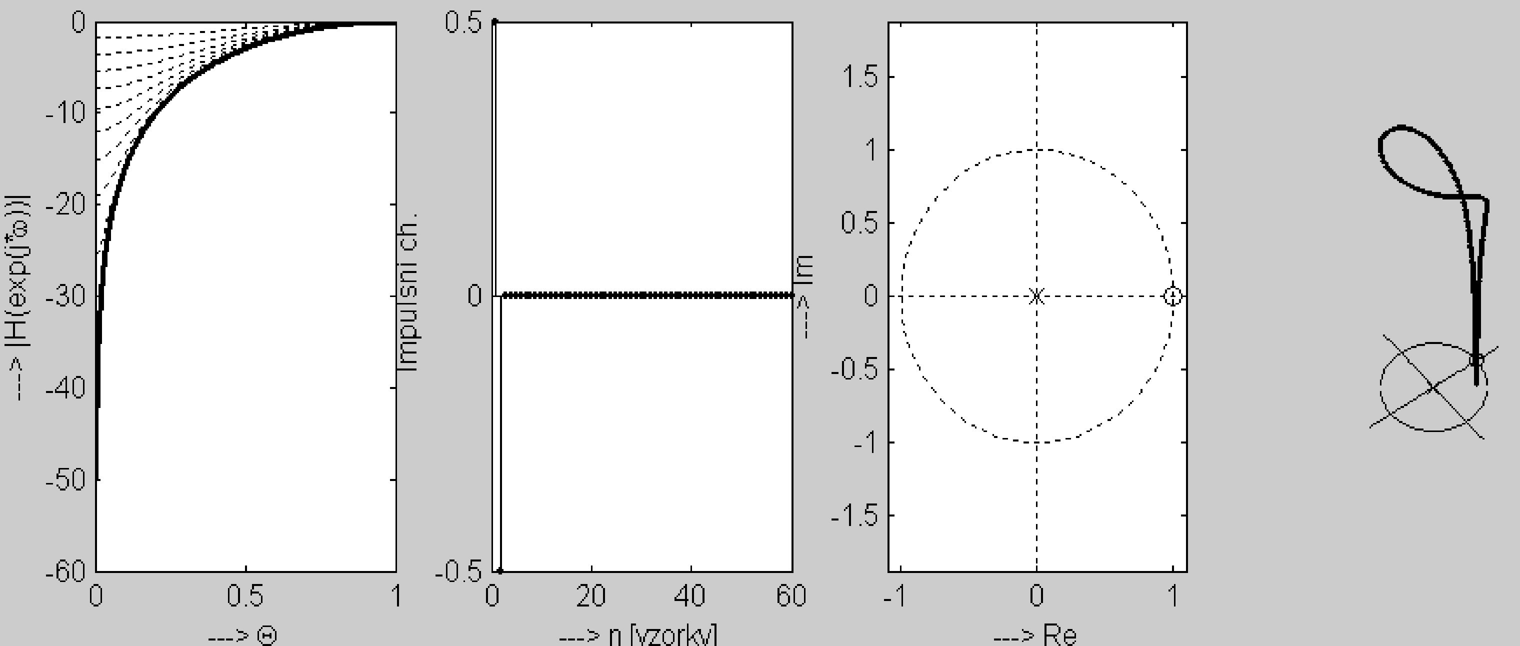




Jednoduché filtry 1. řádu FIR s jednou nulou

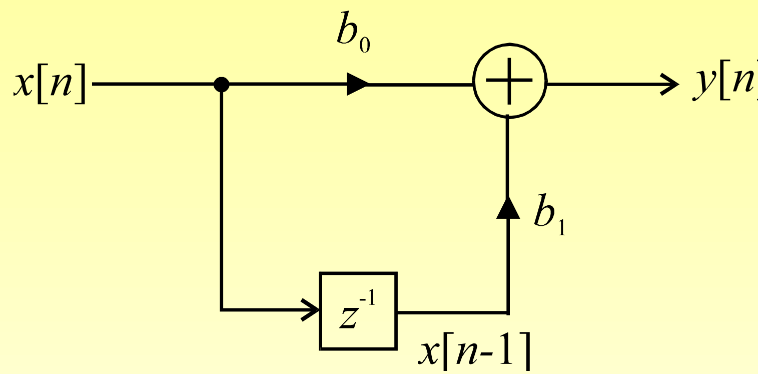
- ***Příklad***: **horní propust**
  - $b_0 = 1$
  - $b_1 = -1 \,..\, 0$

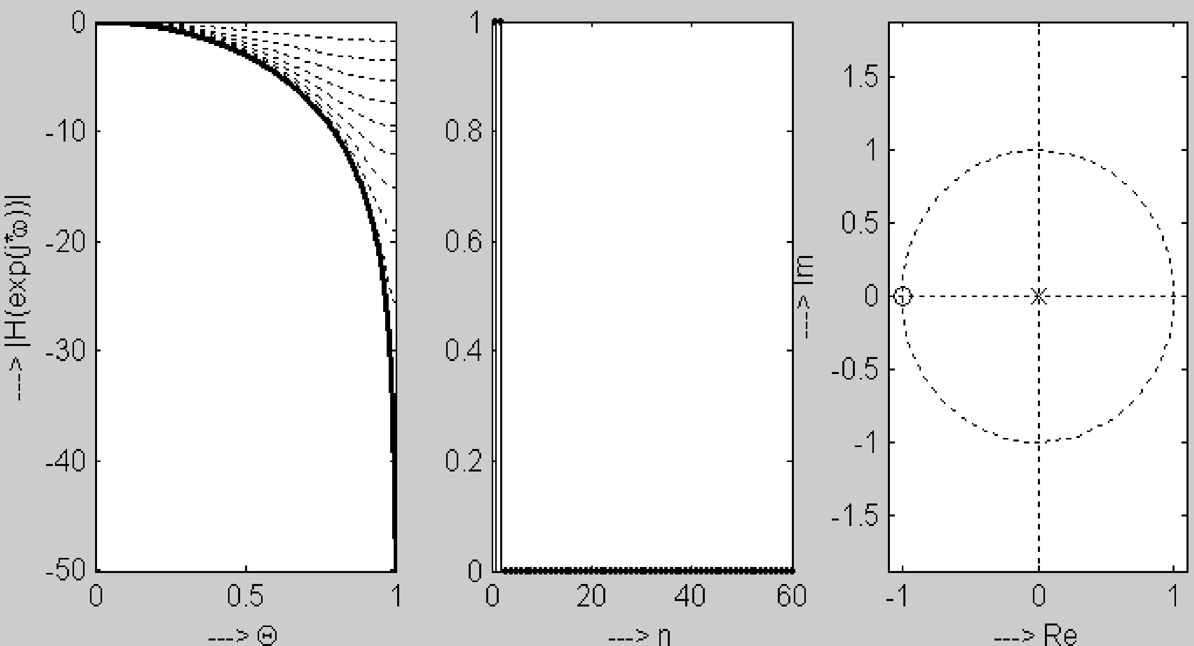


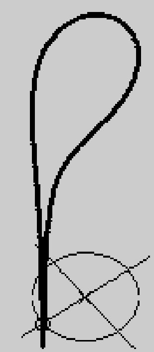


Jednoduché filtry 1. řádu FIR s jednou nulou

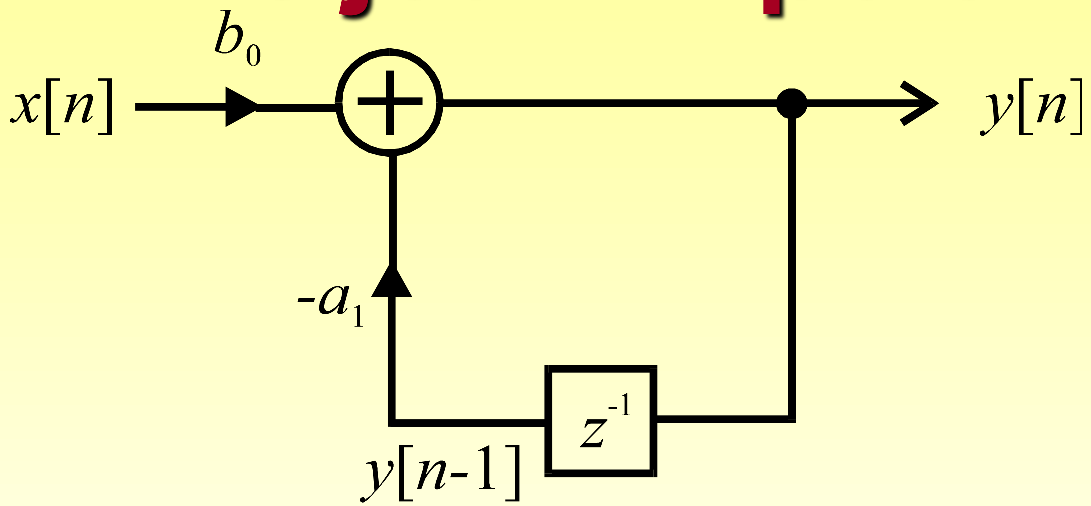
- ***Příklad***: **dolní propust**
  - $b_0 = 1$
  - $b_1 = 1\ ..\ 0$







Jednoduché filtry 1. řádu IIR s jedním pólem



Diferenční rovnice: $$y[n] = b_0 x[n] - a_1 y[n-1]$$

Z – transformace: $$Y(z) = b_0 X(z) - a_1 z^{-1} Y[z]$$

Přenosová funkce: $$H(z) = \frac{b_0}{1 + a_1 z^{-1}} = \frac{b_0 z}{z + a_1}$$

Frekvenční charakteristika: $$H(e^{j\theta}) = \frac{b_0}{1 + a_1 e^{-j\theta}}$$

Jednoduché filtry 1. řádu IIR s jedním pólem

- *Diferenční rovnice*
- $y[n] = b_0 x[n] - a_1 y[n-1]$

- řešení: rekurentní výpočet
- p.p. $y[-1] = 0$

- $n = 0$ $\quad y[0] = b_0 x[0]$
- $n = 1$ $\quad y[1] = b_0 x[1] - a_1 y[0]$
- $n = 2$ $\quad y[2] = b_0 x[2] - a_1 y[1]$
- $n = 3$ $\quad y[3] = b_0 x[3] - a_1 y[2]$

Jednoduché filtry 1. řádu IIR s jedním pólem

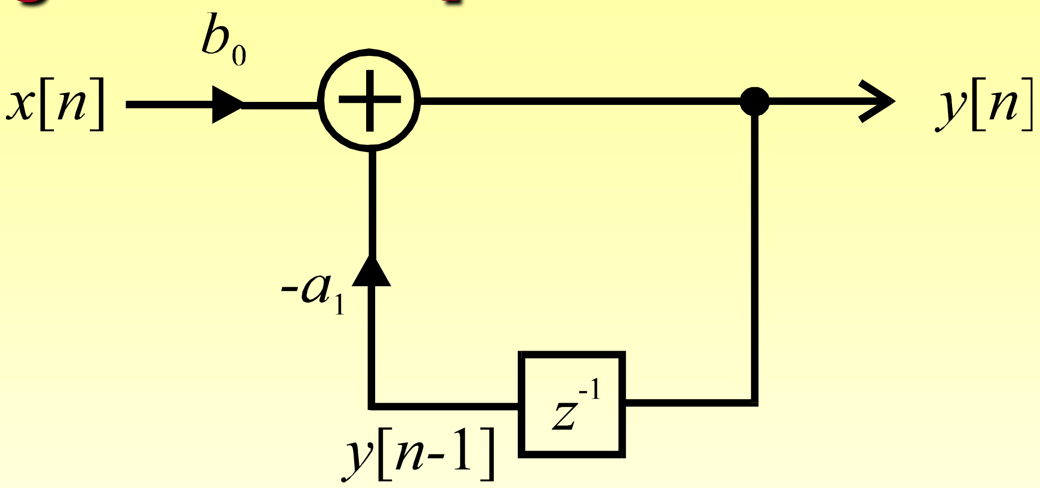
- *Diferenční rovnice*
- $y[n] = b_0 x[n] - a_1 y[n-1]$

- *Impulzová charakteristika*
- $x[-1] = 0$, $x[0] = 1$, $x[1] = 0$, $x[2] = 0$

- řešení: rekurentní výpočet
- $n = 0$ $\quad y[0] = b_0 x[0]$ $\quad y[0] = b_0$
- $n = 1$ $\quad y[1] = b_0 x[1] - a_1 y[0]$ $\quad y[1] = - a_1 b_0$
- $n = 2$ $\quad y[2] = b_0 x[2] - a_1 y[1]$ $\quad y[2] = a_1 a_1 b_0$
- $n = 3$ $\quad y[3] = b_0 x[3] - a_1 y[2]$ $\quad y[3] = - a_1 a_1 a_1 b_0$

Jednoduché filtry 1. řádu IIR s jedním pólem

- ***Příklad*:**
  - $b_0 = 1$
  - $a_1 = -1$



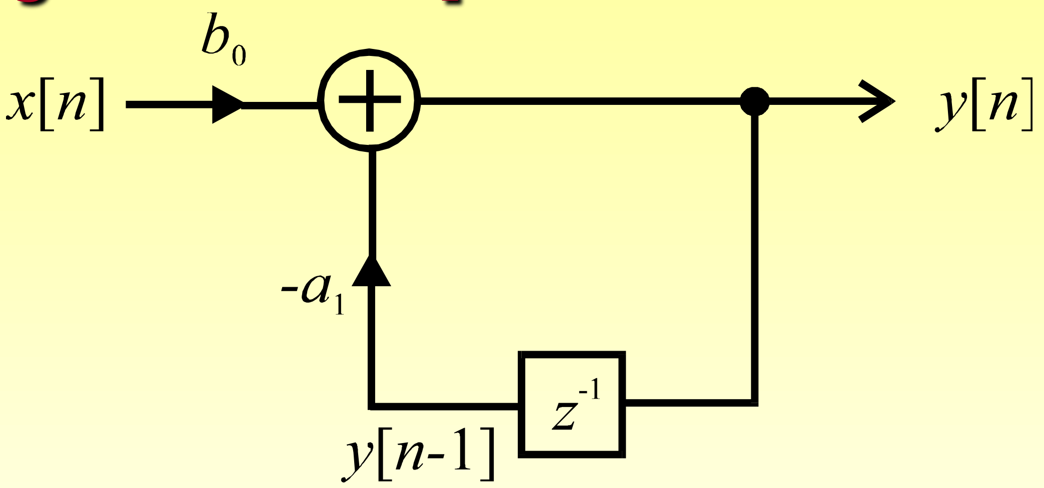
- ***Diferenční rovnice***
- $y[n] = b_0 x[n] - a_1 y[n-1]$
- $y[n] = x[n] + y[n-1]$

$$H(z) = \frac{1}{1 - z^{-1}} = \frac{z}{z - 1}$$

- ***Nula z = ?***
- ***Pól z = ?***

Jednoduché filtry 1. řádu IIR s jedním pólem

- ***Příklad*:**
  - $b_0 = 1$
  - $a_1 = -1$



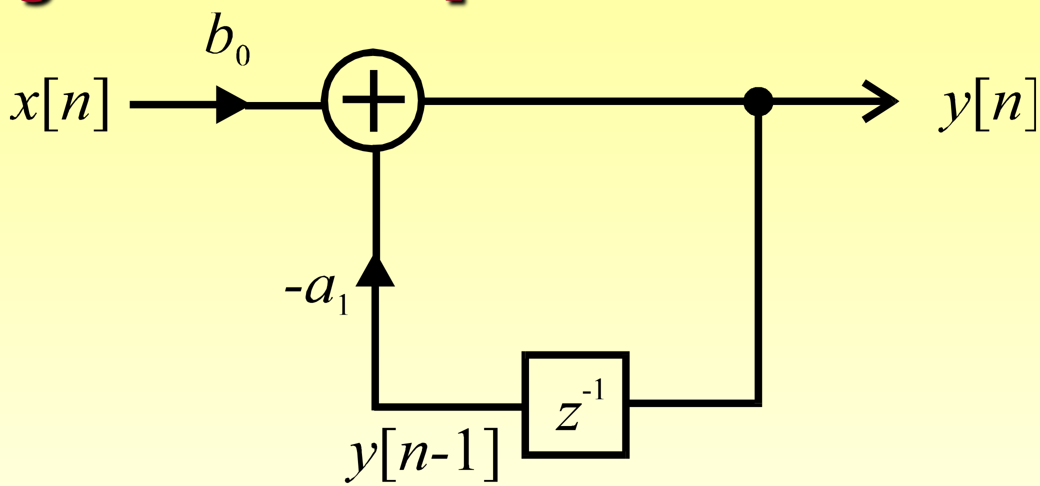
- ***Diferenční rovnice***
- $y[n] = b_0 x[n] - a_1 y[n-1]$
- $y[n] = x[n] + y[n-1]$

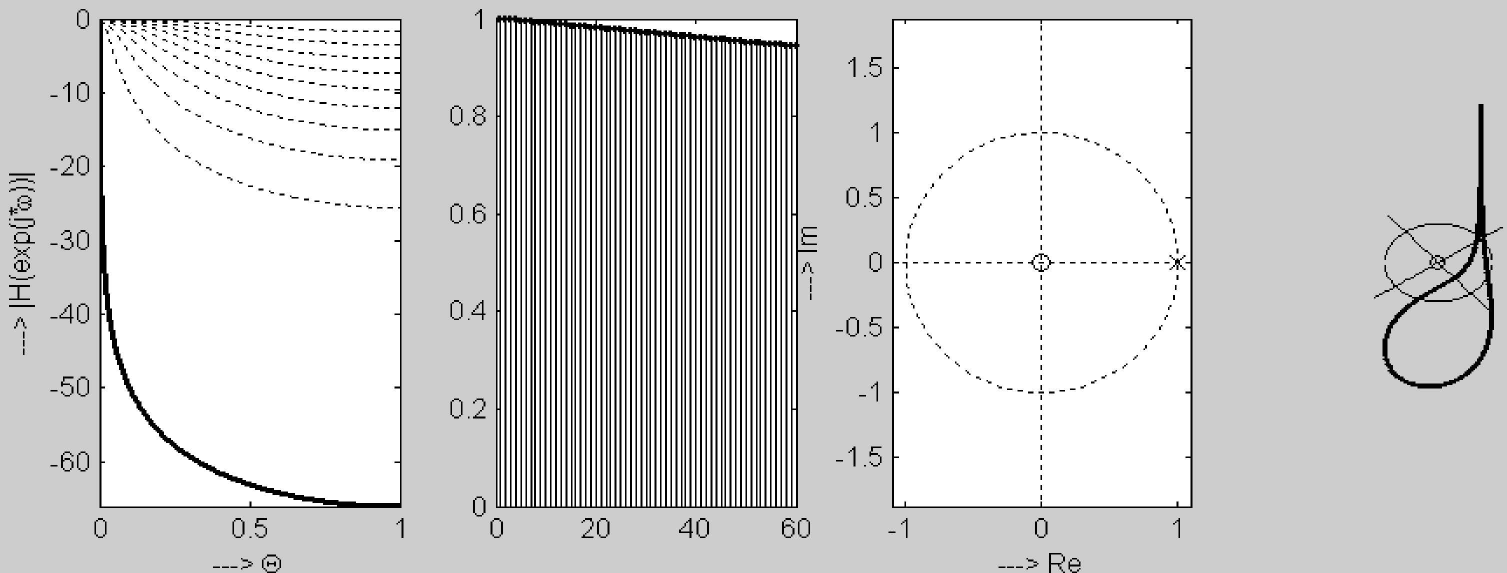
$$H(z) = \frac{1}{1-z^{-1}} = \frac{z}{z-1}$$

- ***Nula*** $z = 0$
- ***Pól*** $z = 1$

Jednoduché filtry 1. řádu IIR s jedním pólem

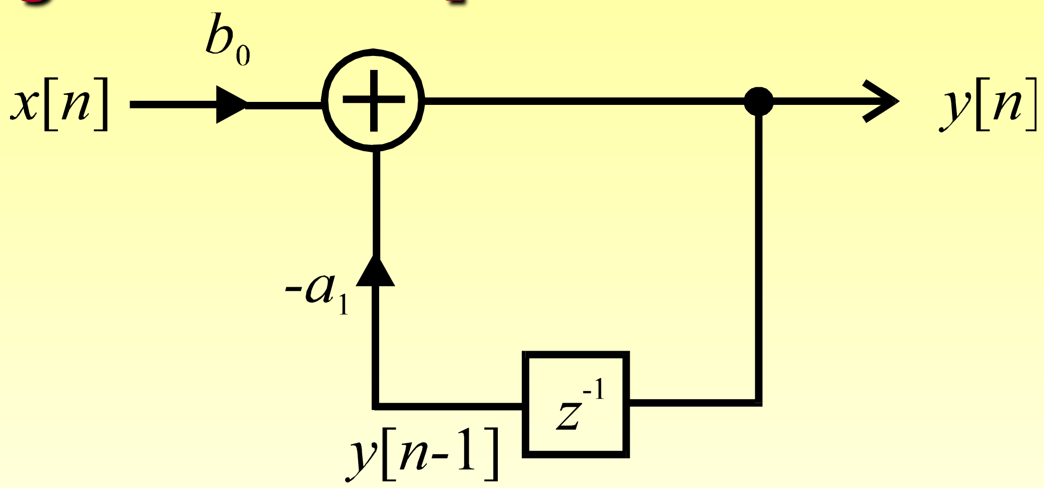
- ***Příklad*: DP**
  - $b_0 = 1$
  - $a_1 = -0{,}999\ldots0$
  - ***Nula* $z = 0$**
  - ***Pól* $z = 1$**

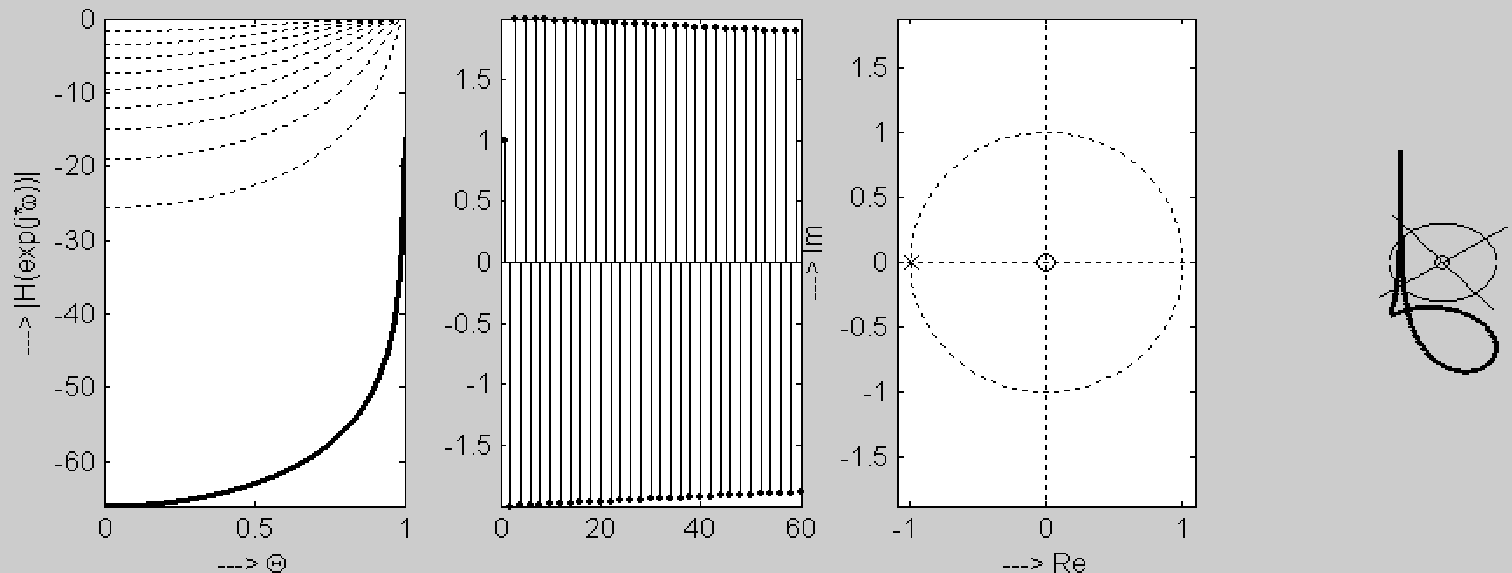




Jednoduché filtry 1. řádu IIR s jedním pólem

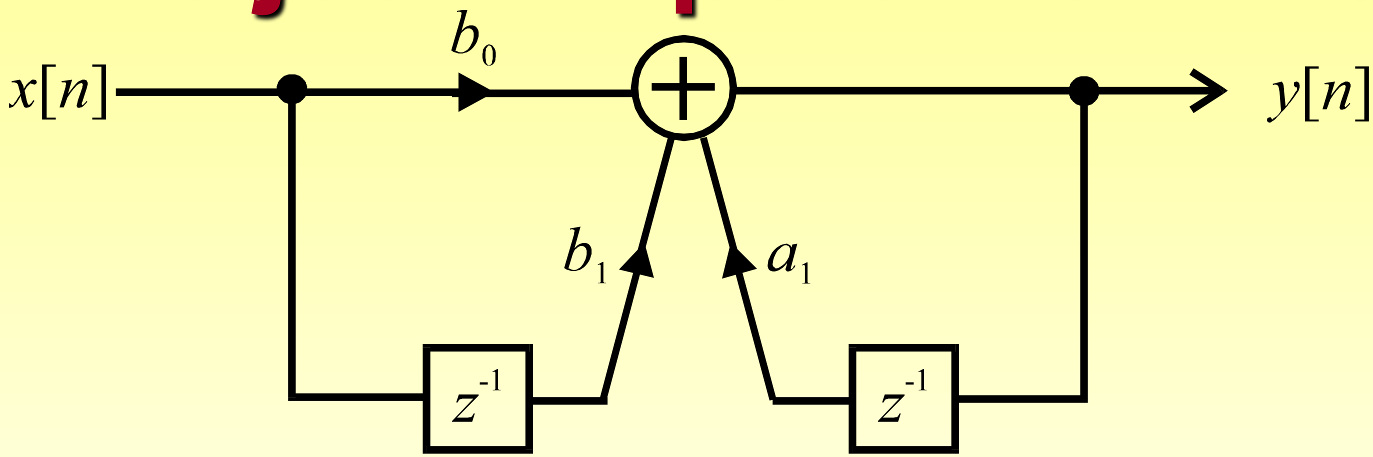
- ***Příklad***: **HP**
  - $b_0 = 1$
  - $a_1 = 0{,}999...0$





IIR filtr s jedním pólem
(pohyb pólu po reálné ose)

Jednoduché filtry 1. řádu IIR s jedním pólem a nulou



Diferenční rovnice: $y[n] = b_0 x[n] + b_1 x[n-1] + a_1 y[n-1]$

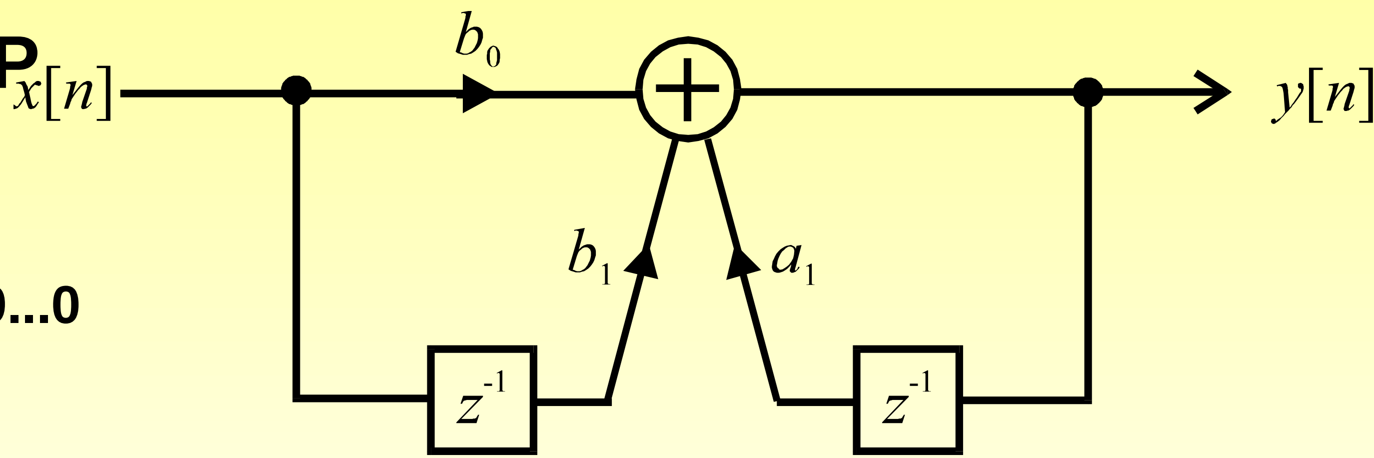
Z – transformace: $Y(z) = b_0 X(z) + b_1 z^{-1} X(z) + a_1 z^{-1} Y(z)$

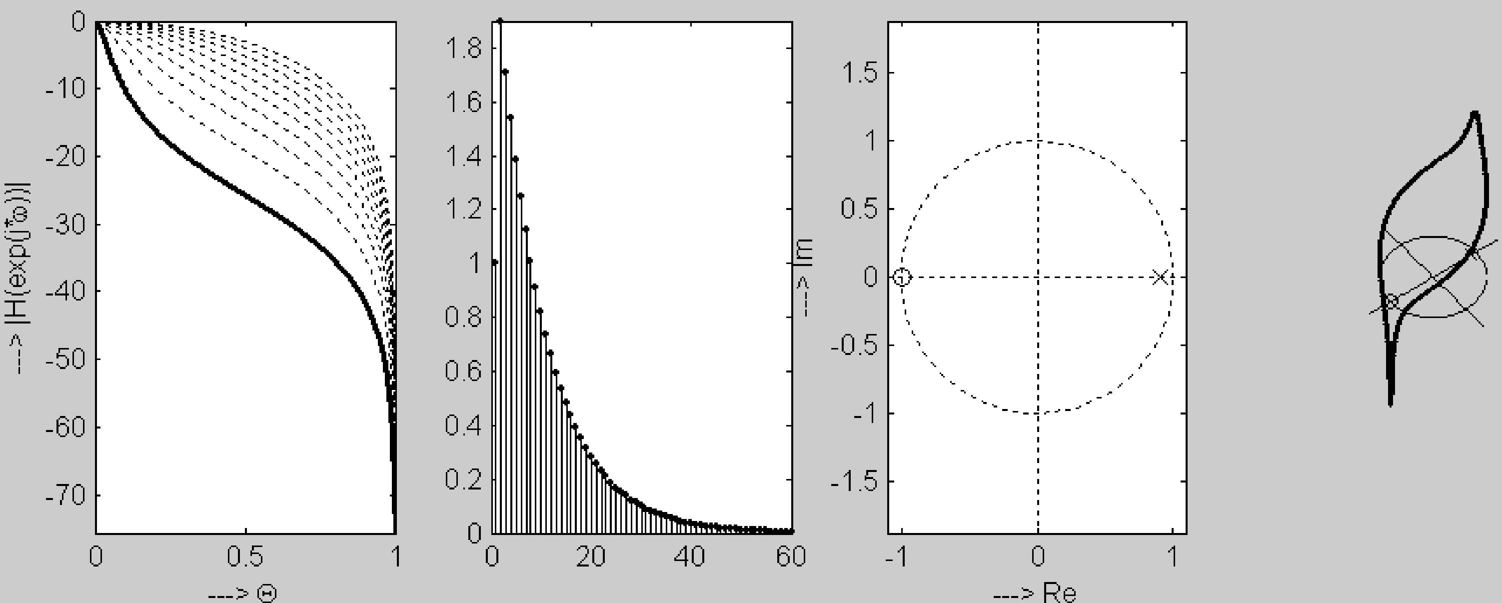
Přenosová funkce: $H(z) = \dfrac{b_0 + b_1 z^{-1}}{1 - a_1 z^{-1}} = \dfrac{b_0 z + b_1}{z - a_1}$

Frekvenční charakteristika: $H(e^{j\theta}) = \dfrac{b_0 + b_1 e^{-j\theta}}{1 - a_1 e^{-j\theta}}$

Jednoduché filtry 1. řádu IIR s jedním pólem a nulou

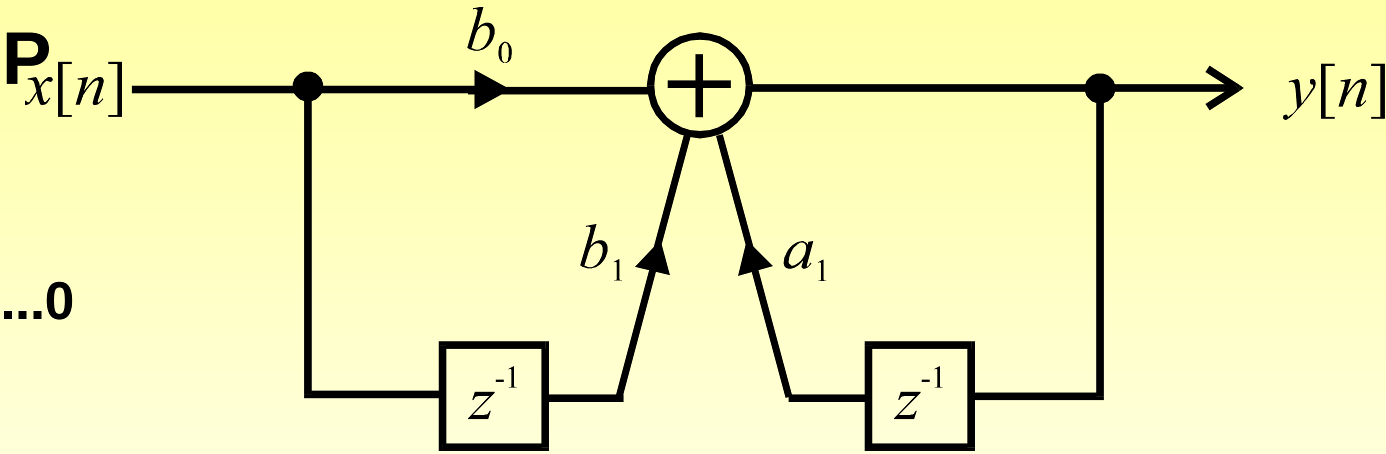
- ***Příklad***: DP
  - $b_0 = 1$
  - $b_1 = 1$
  - $a_1 = -0{,}9...0$

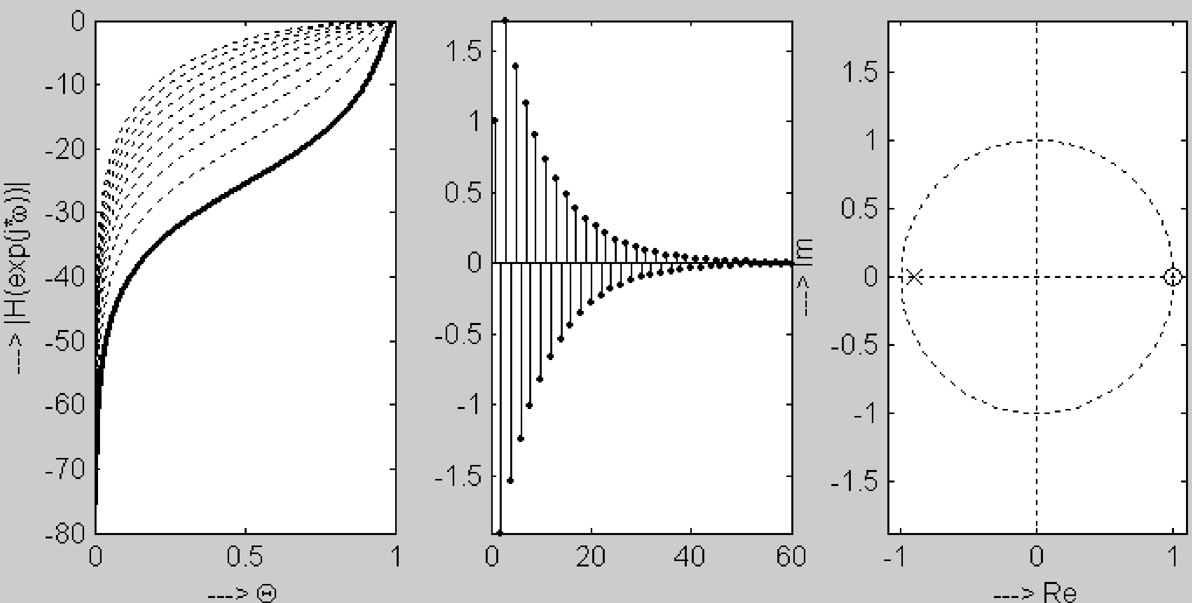




Jednoduché filtry 1. řádu IIR s jedním pólem a nulou

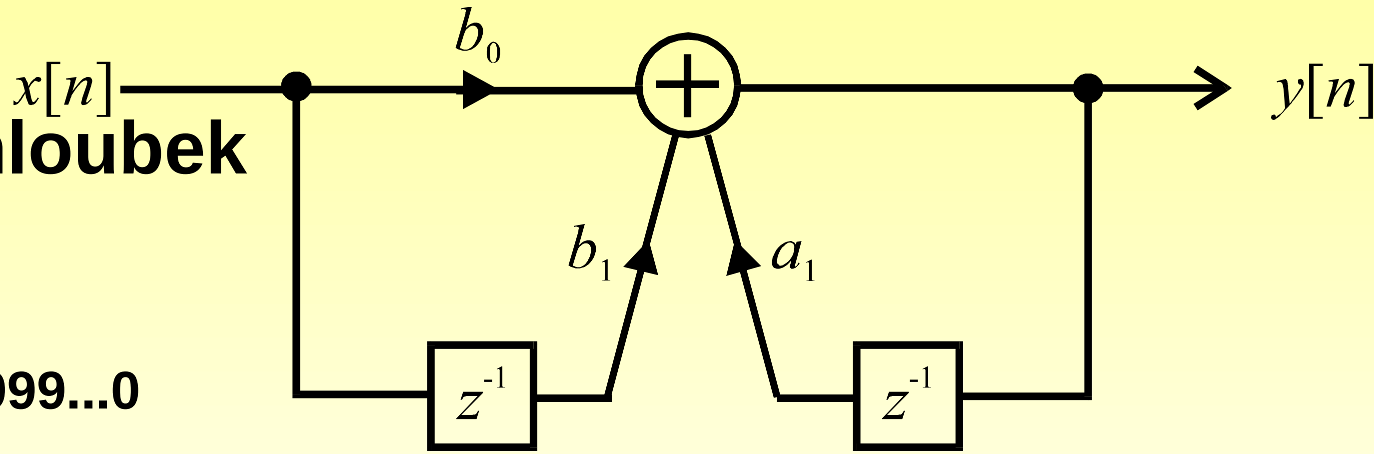
- ***Příklad***: **HP**
  - $b_0 = 1$
  - $b_1 = -1$
  - $a_1 = 0{,}9 \ldots 0$

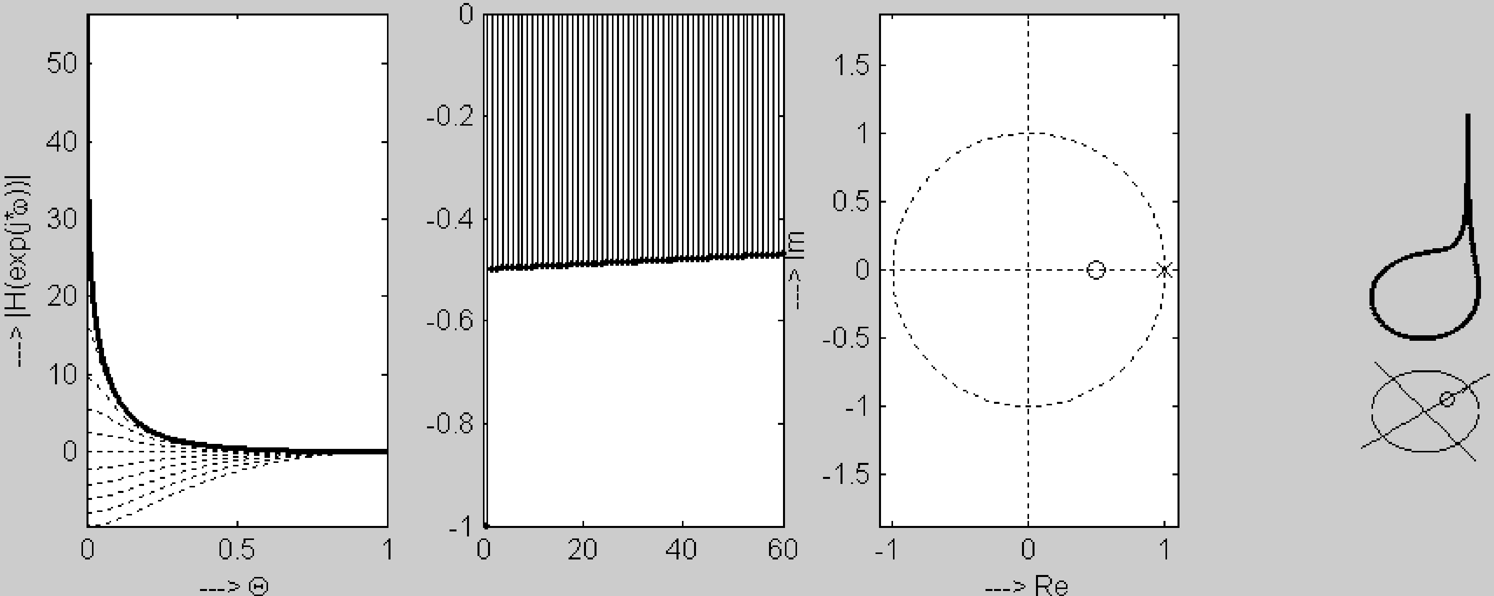




Jednoduché filtry 1. řádu IIR s jedním pólem a nulou

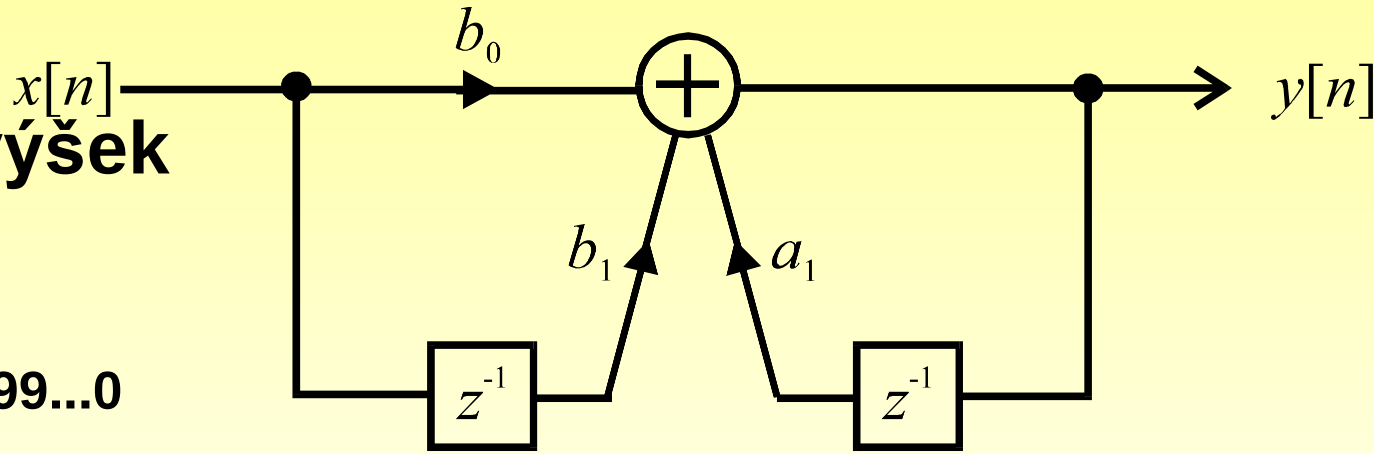
- ***Příklad***: korektor hloubek
  - b_0 = -1
  - b_1 = 0,5
  - a_1 = -0,999...0

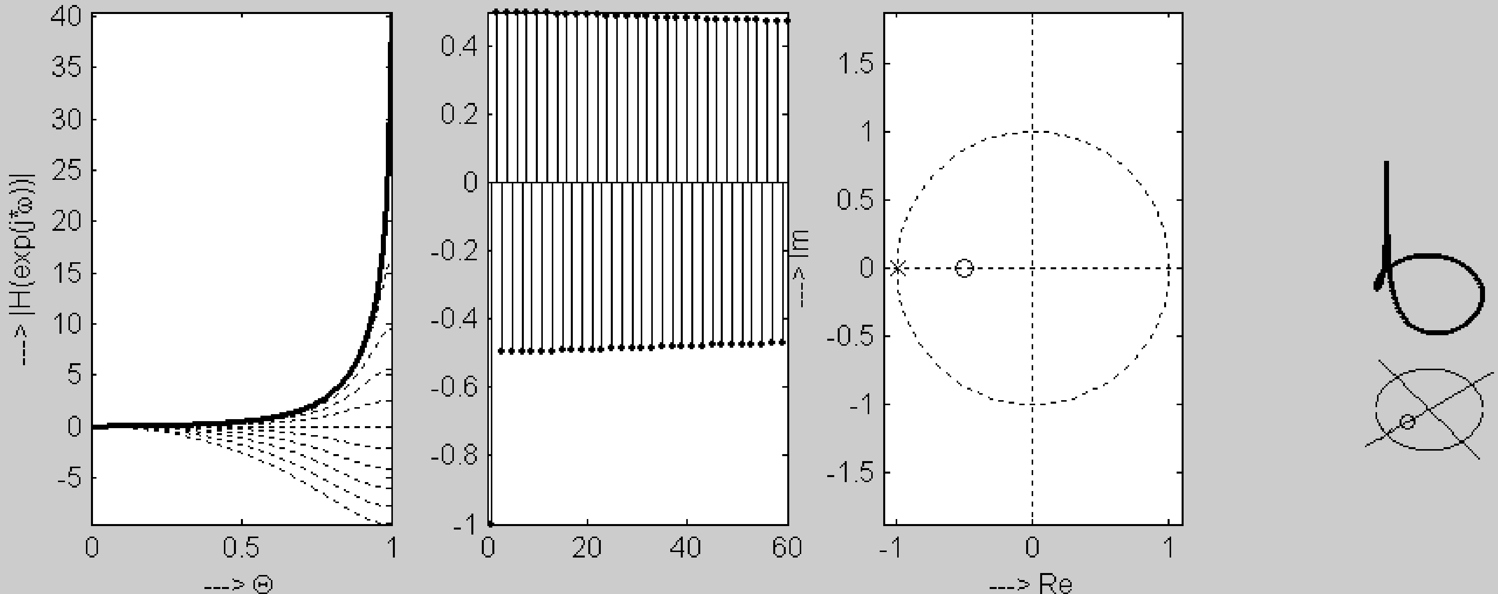




Jednoduché filtry 1. řádu IIR s jedním pólem a nulou

- ***Příklad***: korektor výšek
  - $b_0 = -1$
  - $b_1 = 0{,}5$
  - $a_1 = 0{,}999\ldots0$

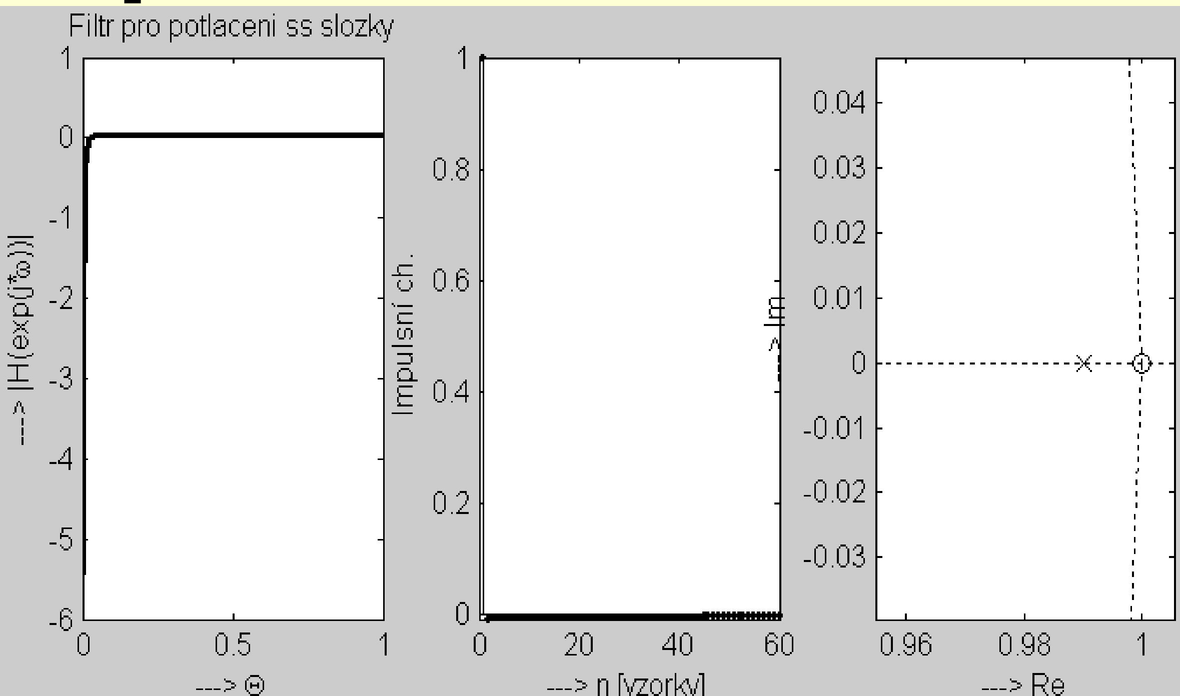




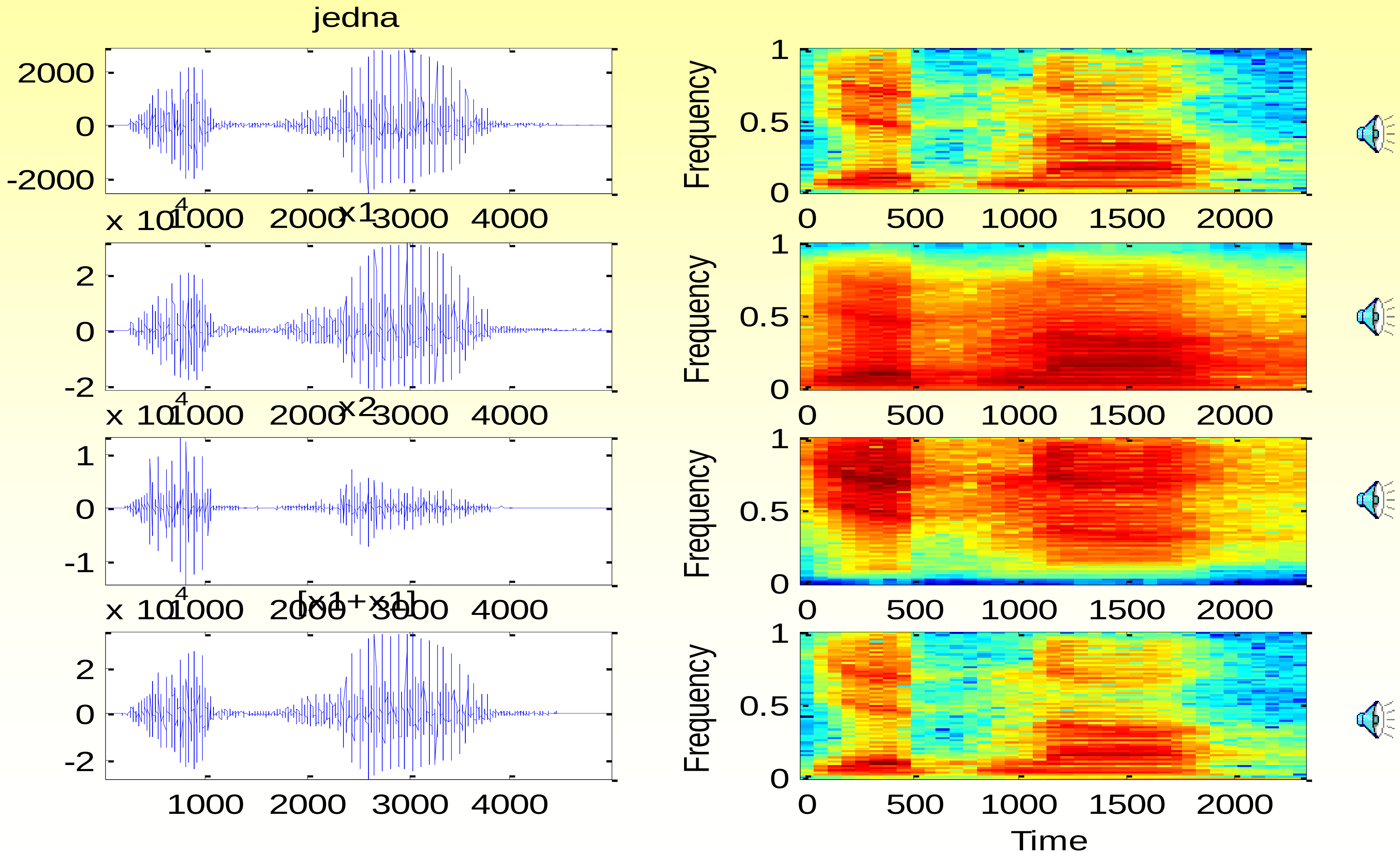
IIR filtr s jedním pólem a jednou nulou
(pohyb nuly a pólu po reálné ose)

Jednoduché číslicové filtry IIR s jedním pólem a nulou

- ***Příklad***:
  potlačení ss složky
  - $b_0 = 1$
  - $b_1 = -1$
  - $a_1 = -0,99$



Jednoduché číslicové filtry



```
% DP
b_dp=[1  1];
a_dp=[1 -0.9];
% HP
b_hp=[1  -1];
a_hp=[1 0.9];
```

```
% DP
b_dp=[1  1];
a_dp=[1 -0.9];
% HP
b_hp=[1  -1];
a_hp=[1 0.9];

subplot(211),
[H1,w]=freqz(b_dp,a_dp,512,8000),
plot(w,20*log10(abs(H1)))
subplot(212),
[H2,w]=freqz(b_hp,a_hp,512,8000),
plot(w,20*log10(abs(H2)))
```

```
% DP
b_dp=[1  1];
a_dp=[1 -0.9];
% HP
b_hp=[1  -1];
a_hp=[1 0.9];

subplot(211),
[H1,w]=freqz(b_dp,a_dp,512,8000),
plot(w,20*log10(abs(H1)))
subplot(212),
[H2,w]=freqz(b_hp,a_hp,512,8000),
plot(w,20*log10(abs(H2)))

figure
subplot(211), zplane(b_dp,a_dp)
subplot(212), zplane(b_hp,a_hp)

figure
subplot(211), impz(b_dp,a_dp)
subplot(212), impz(b_hp,a_hp)
```

```
% DP
b_dp=[1  1];
a_dp=[1 -0.9];
% HP
b_hp=[1  -1];
a_hp=[1 0.9];
load jedna
x1=filter(b_dp,a_dp,jedna);
x2=filter(b_hp,a_hp,jedna);
subplot(421), plot(jedna), title('jedna'), axis
tight
subplot(422), specgram(jedna),
subplot(423), plot(x1), title('x1'), axis tight
subplot(424), specgram(x1),
subplot(425), plot(x2), title('x2'), axis tight
subplot(426), specgram(x2),
subplot(427), plot([x1+x2]), title('[x1+x1]'),
axis tight
subplot(428), specgram([x1+x2]),
soundsc(jedna,8000), pause(1)
soundsc(x1,8000), pause(1)
soundsc(x2,8000), pause(1)
soundsc(x1+x2,8000), pause(1)
```

Jednoduché číslicové filtry

Metoda nul a pólů je nejsnazším způsobem návrhu jednoduchých IIR filtrů. Představme si, že frekvence jde okolo jednotkové kružnice. Na reálné ose (úhel 0) je 0 Hz, u úhlu pi/2 (imag.osa) je čtvrtina vzorkovací frekvence, u pi je polovina vzorkovací frekvence, tzv. Nyquistov frekvenci a V úhlu 2pi (celý cyklus) máme vzorkovací frekvenci.

Póly musí být vždy uvnitř jednotkové kružnice, nikdy mimo nebo na ní. Nuly mohou být kdekoliv. Můžeme použít jakýkoliv počet pólů a nul, ale musí být komplexně sdružené, pokud neleží na reálné ose.

Póly zesilují frekvence, nuly je potlačují. Je-li pól blíže k frekvenci, pak více zesiluje. Blíže k nule je frekvence více potlačena. Nula na jednotkové kružnici zcela potlačí frekvenci "usadí ji".

Jednoduché číslicové filtry

*** Praktické rady ***

• Zdvojením všech pólů a nul získáváme učinnější filtr.
• Frekvenční charakteristika nového filtru bude mocninou staré.
• Dáme-li nulu na pól, neutralizujeme účinky obou.
• Pól mimo jednotkovou kružnici způsobí, že filtr se stavá nestabilním.
  Pól na jednotkové kružnici může učinit z filtru oscilátor.
• Velké množství pólů a nul znamená velké zpoždění.
• Nuly ovlivňují vstupní koeficienty, póly výstupní.
• Póly a nuly musí mít komplexně sdružené páry, neboť jinak bychom měli
  filtr s komplexními koeficienty a následně komplexní výstupní signál.

Jednoduché číslicové filtry v MATLABu

$$a_0 y[n] + a_1 y[n-1] + \ldots = b_0 x[n] + b_1 x[n-1] \ldots$$

Jednoduché číslicové filtry v MATLABu

$$a_0 y[n] + a_1 y[n-1] + \ldots = b_0 x[n] + b_1 x[n-1]\ldots$$

```
>> y=filter(b,a,x);
```

Jednoduché číslicové filtry v MATLABu

$$a_0 y[n] + a_1 y[n-1] + \ldots = b_0 x[n] + b_1 x[n-1] \ldots$$

```
>> y=filter(b,a,x);

>> freqz(b,a)
```

Jednoduché číslicové filtry v MATLABu

$$a_0 y[n] + a_1 y[n-1] + \ldots = b_0 x[n] + b_1 x[n-1] \ldots$$

```
>> y=filter(b,a,x);

>> freqz(b,a)
>> H=freqz(b,a,N);
```

Jednoduché číslicové filtry v MATLABu

$$a_0 y[n] + a_1 y[n-1] + \ldots = b_0 x[n] + b_1 x[n-1] \ldots$$

```
>> y=filter(b,a,x);

>> freqz(b,a)
>> H=freqz(b,a,N);
>> [H,w]=freqz(b,a,N,fs);
```

Jednoduché číslicové filtry v MATLABu

$$a_0 y[n] + a_1 y[n-1] + \ldots = b_0 x[n] + b_1 x[n-1] \ldots$$

```
>> y=filter(b,a,x);

>> freqz(b,a)
>> H=freqz(b,a,N);
>> [H,w]=freqz(b,a,N,fs);
>> [H,w]=freqz(b,a,N,fs,’whole’);
```

Jednoduché číslicové filtry v MATLABu

$$a_0 y[n] + a_1 y[n-1] + \ldots = b_0 x[n] + b_1 x[n-1] \ldots$$

```
>> y=filter(b,a,x);

>> freqz(b,a)
>> H=freqz(b,a,N);
>> [H,w]=freqz(b,a,N,fs);
>> [H,w]=freqz(b,a,N,fs,’whole’);
>> plot(w,20*log10(abs(H)))
>> plot(w,angle(H))
```

Jednoduché číslicové filtry v MATLABu

$$a_0 y[n] + a_1 y[n-1] + \ldots = b_0 x[n] + b_1 x[n-1] \ldots$$

```
>> y=filter(b,a,x);
```

```
>> impz(b,a)
```

```
>> freqz(b,a)
>> H=freqz(b,a,N);
>> H=freqz(b,a,N,fs);
>> H=freqz(b,a,N,fs,'whole');
>> plot(20*log10(H))
>> plot(angle(H))
```

Jednoduché číslicové filtry v MATLABu

$$a_0 y[n] + a_1 y[n-1] + \ldots = b_0 x[n] + b_1 x[n-1] \ldots$$

```
>> y=filter(b,a,x);

>> freqz(b,a)
>> H=freqz(b,a,N);
>> H=freqz(b,a,N,fs);
>> H=freqz(b,a,N,fs,'whole');
>> plot(20*log10(H))
>> plot(angle(H))
```

```
>> impz(b,a)
>> impz(b,a,N)
```

Jednoduché číslicové filtry v MATLABu

$$a_0 y[n] + a_1 y[n-1] + \ldots = b_0 x[n] + b_1 x[n-1]\ldots$$

```
>> y=filter(b,a,x);

>> freqz(b,a)
>> H=freqz(b,a,N);
>> H=freqz(b,a,N,fs);
>> H=freqz(b,a,N,fs,'whole');
>> plot(20*log10(H))
>> plot(angle(H))
```

```
>> impz(b,a)
>> impz(b,a,N)
>> h=impz(b,a,N)
```

Jednoduché číslicové filtry v MATLABu

$$a_0 y[n] + a_1 y[n-1] + \ldots = b_0 x[n] + b_1 x[n-1] \ldots$$

```
>> y=filter(b,a,x);

>> freqz(b,a)
>> H=freqz(b,a,N);
>> H=freqz(b,a,N,fs);
>> H=freqz(b,a,N,fs,'whole');
>> plot(20*log10(H))
>> plot(angle(H))
```

```
>> impz(b,a)
>> impz(b,a,N)
>> h=impz(b,a,N)
>> x=[1 zeros(1,99)];
>> h=filter(b,a,x);
```

Jednoduché číslicové filtry v MATLABu

$$a_0 y[n] + a_1 y[n-1] + \ldots = b_0 x[n] + b_1 x[n-1] \ldots$$

```
>> y=filter(b,a,x);

>> freqz(b,a)
>> H=freqz(b,a,N);
>> H=freqz(b,a,N,fs);
>> H=freqz(b,a,N,fs,'whole');
>> plot(20*log10(H))
>> plot(angle(H))
```

```
>> impz(b,a)
>> impz(b,a,N)
>> h=impz(b,a,N)
>> x=[1 zeros(1,99)];
>> h=filter(b,a,x);

>> zplane(b,a)
```

Jednoduché číslicové filtry v MATLABu

$$a_0 y[n] + a_1 y[n-1] + \ldots = b_0 x[n] + b_1 x[n-1]\ldots$$

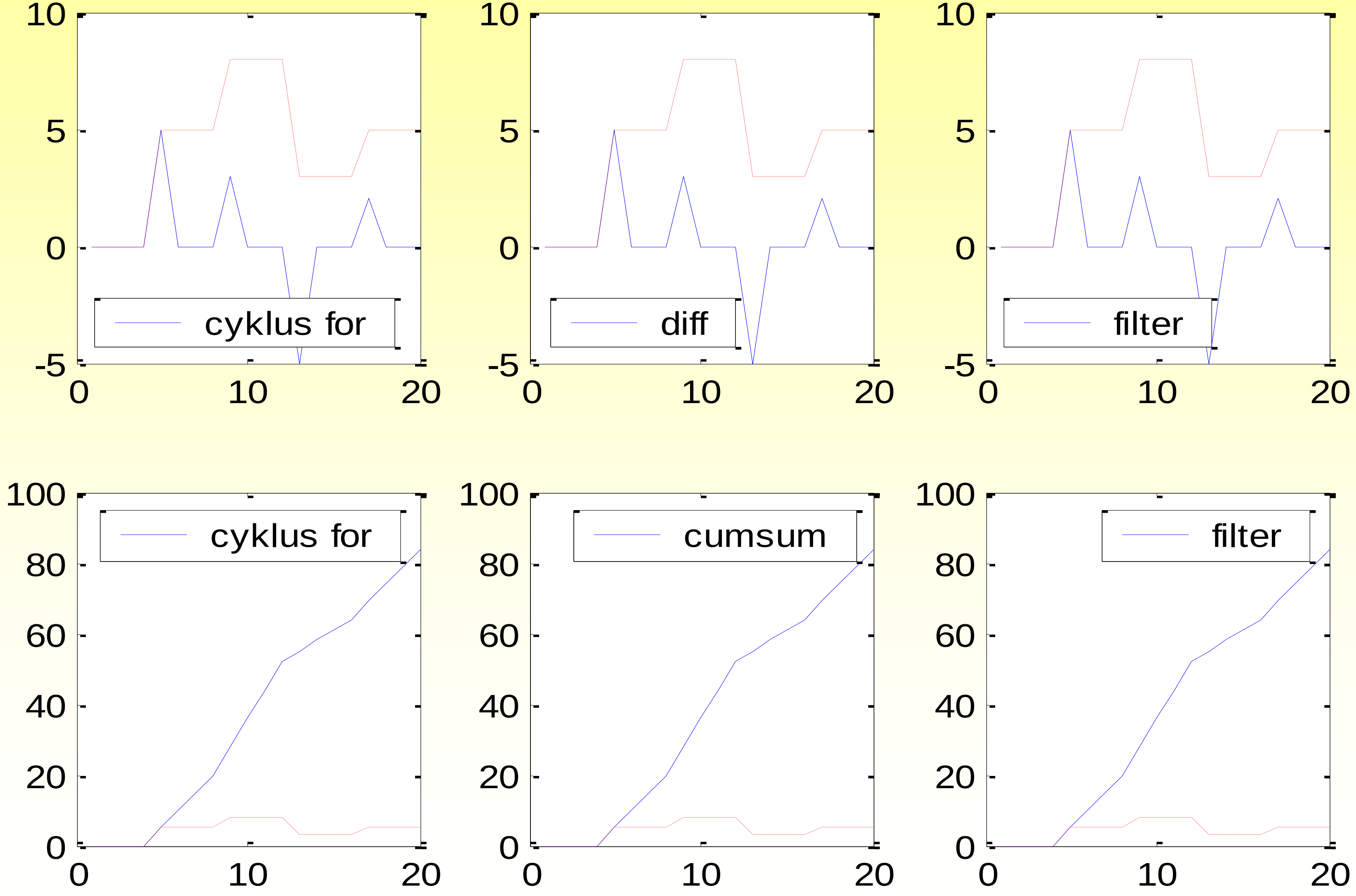
```
>> y=filter(b,a,x);

>> freqz(b,a)
>> H=freqz(b,a,N);
>> H=freqz(b,a,N,fs);
>> H=freqz(b,a,N,fs,'whole');
>> plot(20*log10(H))
>> plot(angle(H))
```

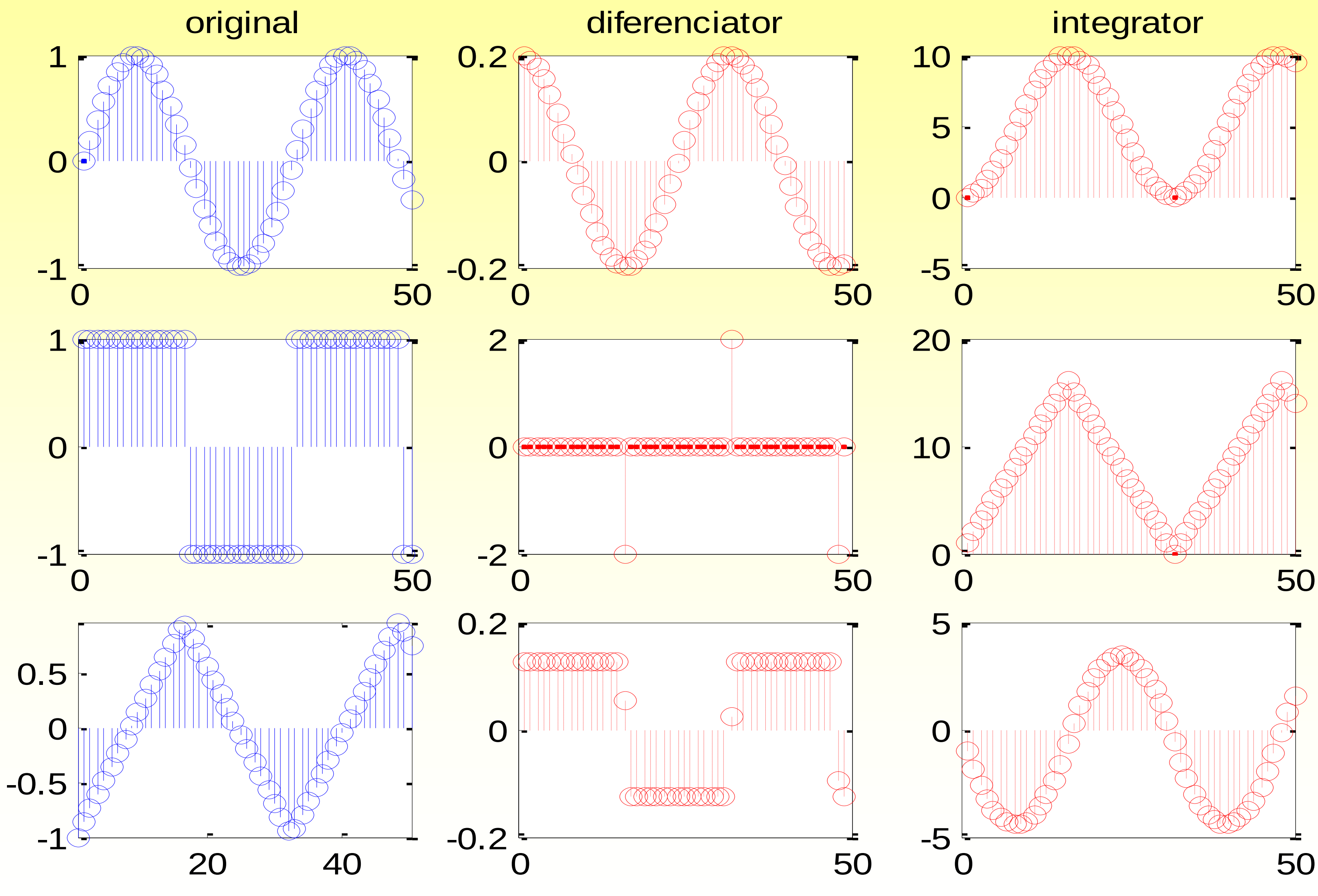
```
>> impz(b,a)
>> impz(b,a,N)
>> h=impz(b,a,N)
>> x=[1 zeros(1,99)];
>> h=filter(b,a,x);

>> zplane(b,a)
>> [n,p,k]=tf2zp(b,a)
>> [b,a]=zp2tf(n,p,k)
```

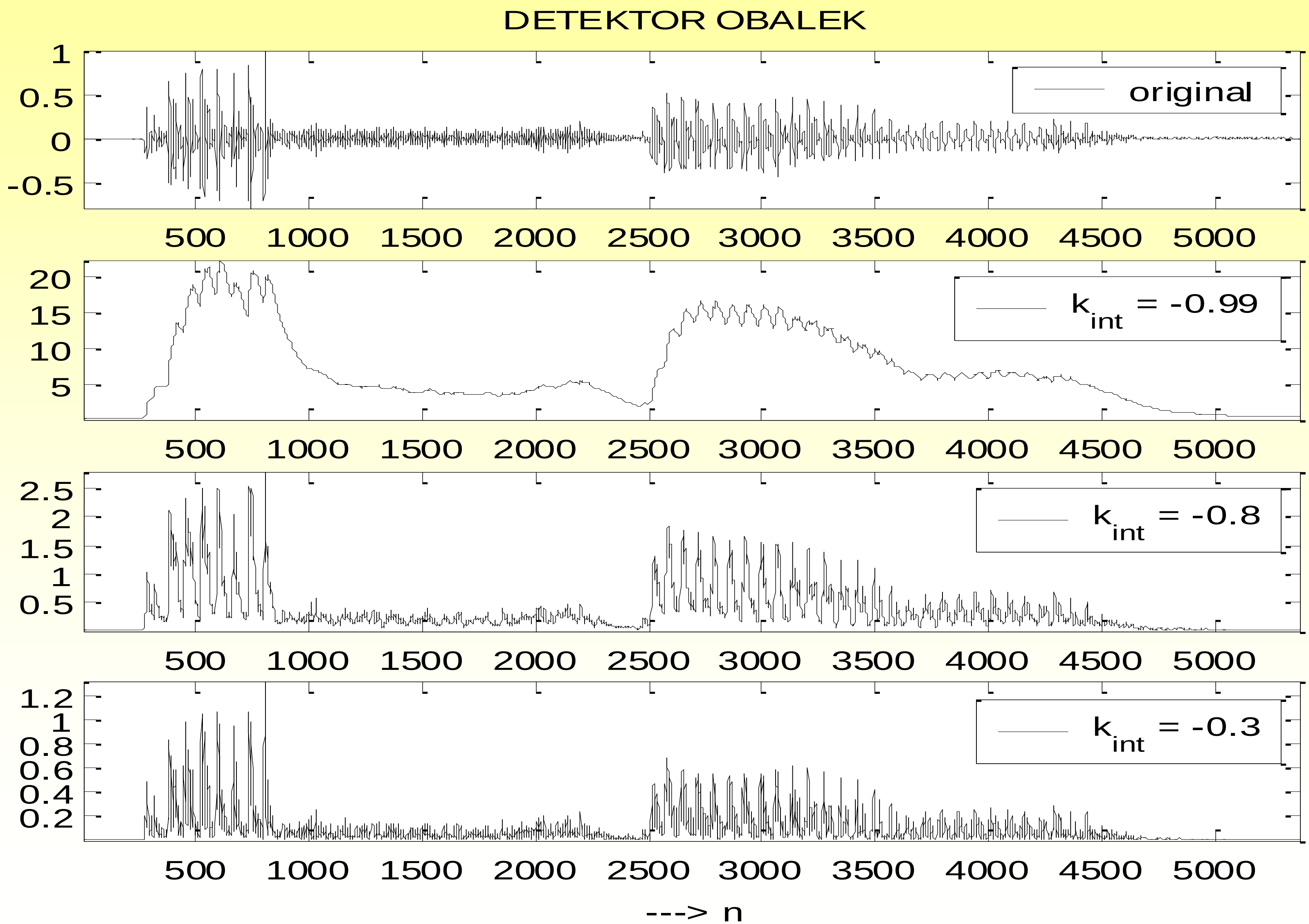
Diferenciátor a integrátor



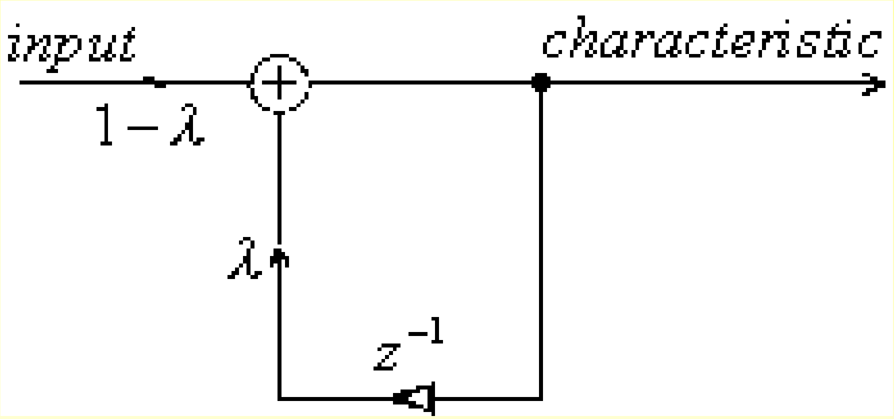
Diferenciátor a integrátor



Detektor obálek



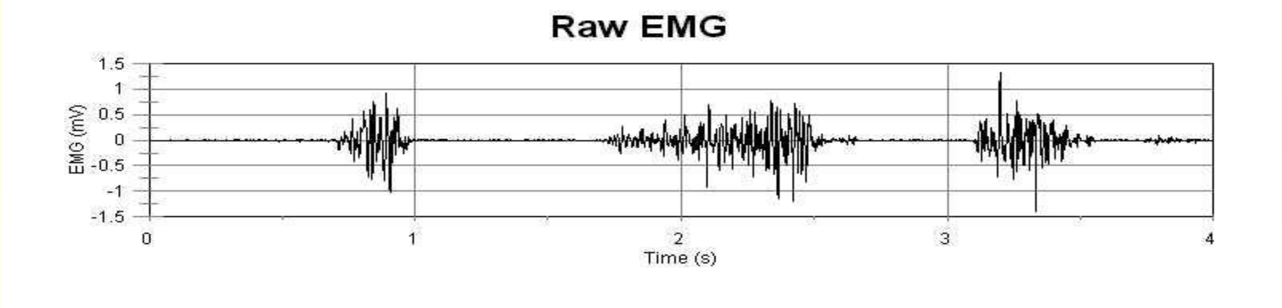
Detektor obálek



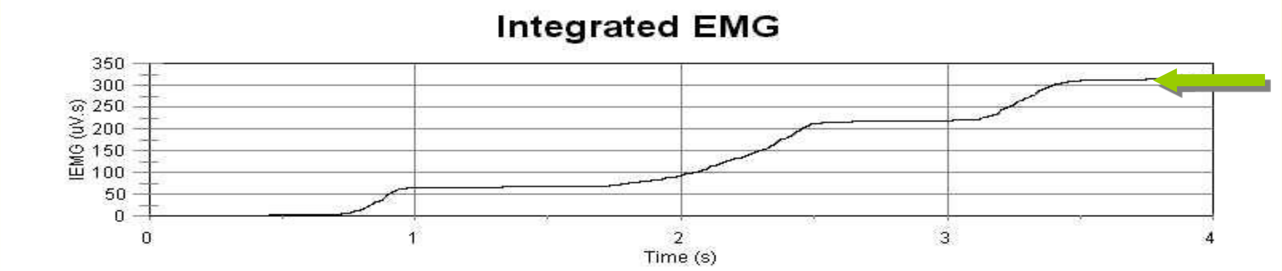
vstup	***charakteristika***
$s^2(n)$	*Energie*
$\lvert s(n) \rvert$	*Intenzita*
$\frac{\left(\mathrm{sgn}[s(n)] - \mathrm{sgn}[s(n-1)]\right)^2}{4}$	*Počet průchodů nulou*

Příklad integrovaného EMG

- (pásmově omezené) EMG

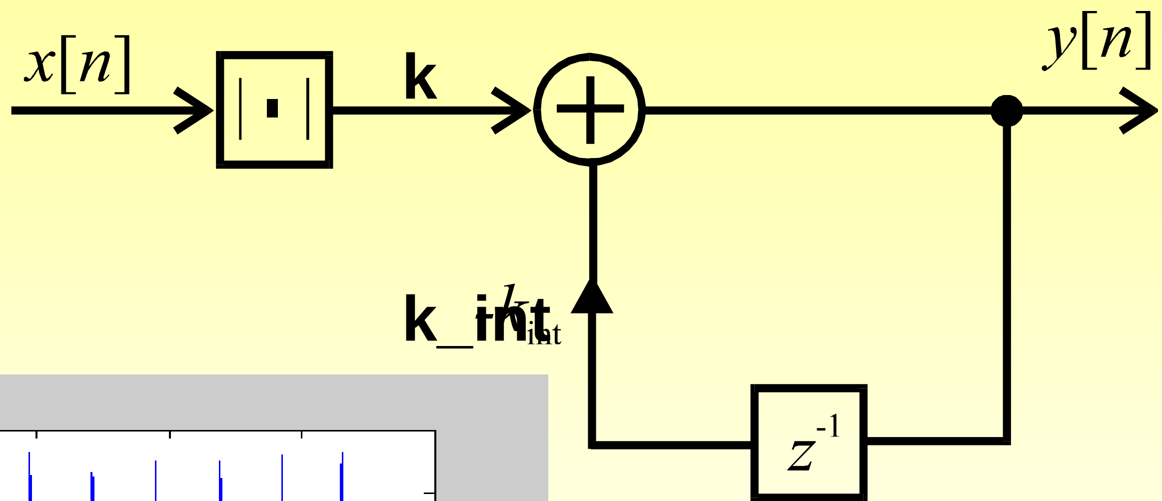


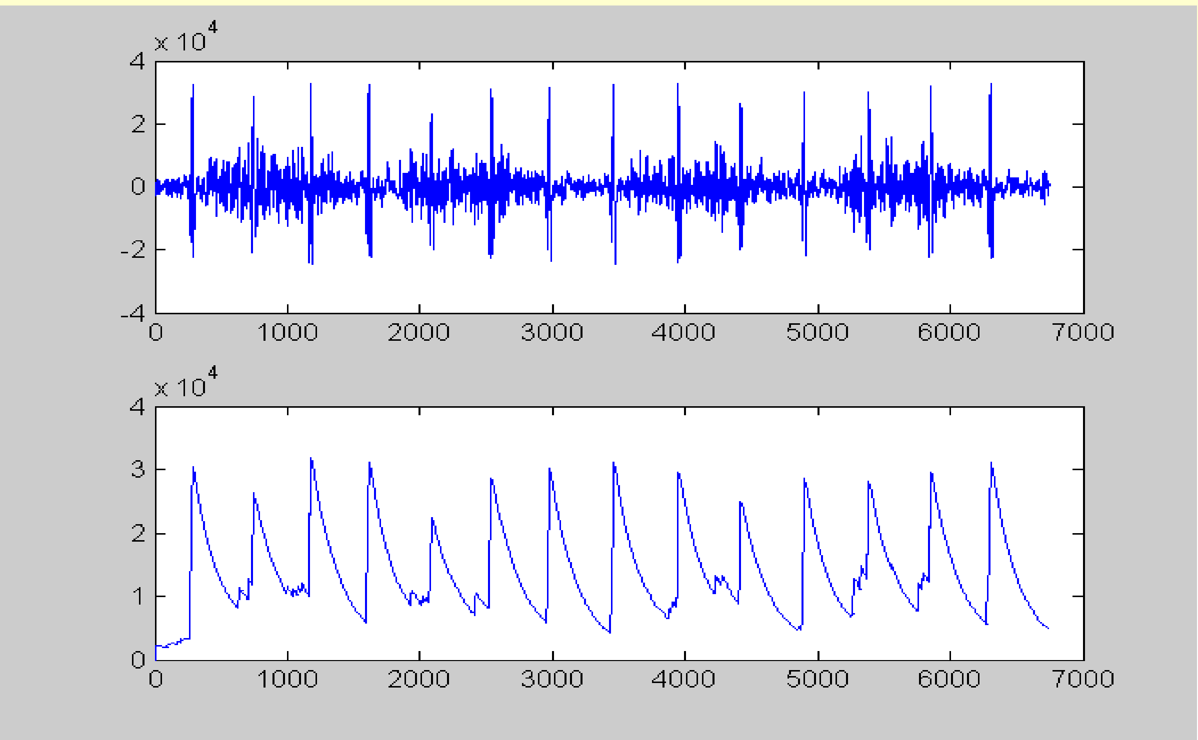
- integrované EMG (během kontrakce)



celkové iEMG, např. 320 μV.s

„Špičkový detektor“ svalové aktivity v EMG signálu





if |x(n)|>y(n-1)

k_int=0.5;

else

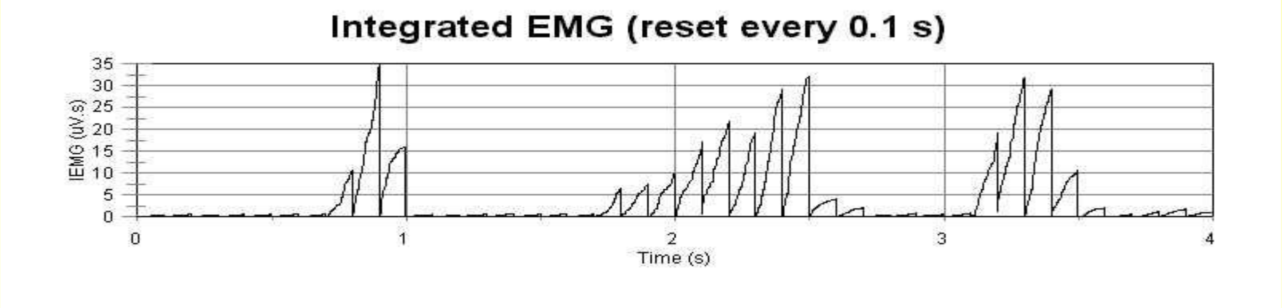
k_int=0.99;

end;

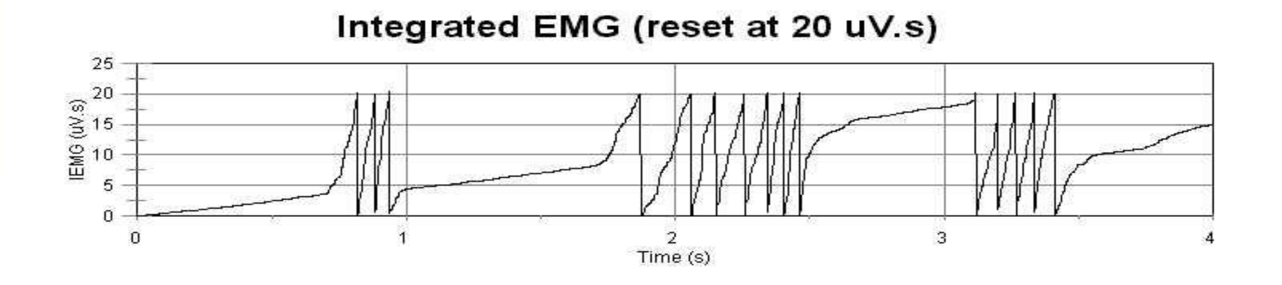
k=1- k_int

Další typy iEMG

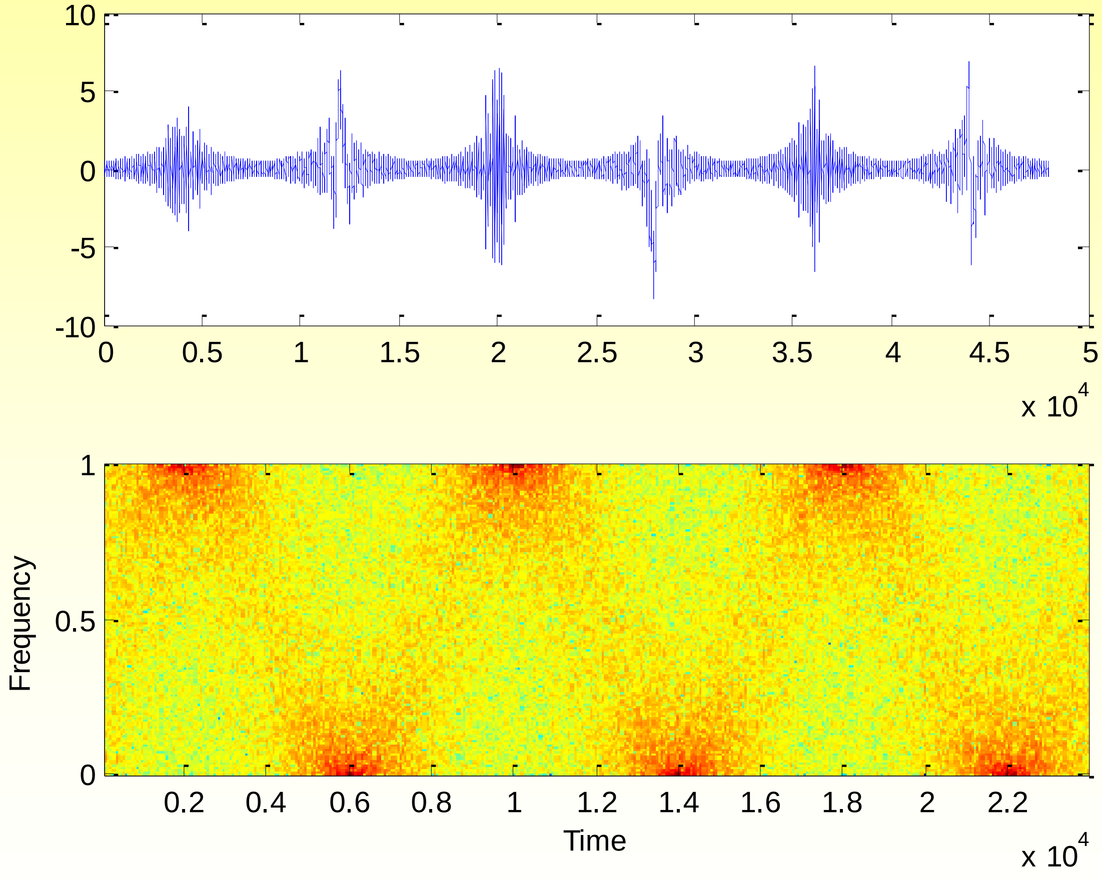
- integrace do určitého času (0.1 s)



- integrace do určítého napětí (20 μV.s)



Přelaďování filtru

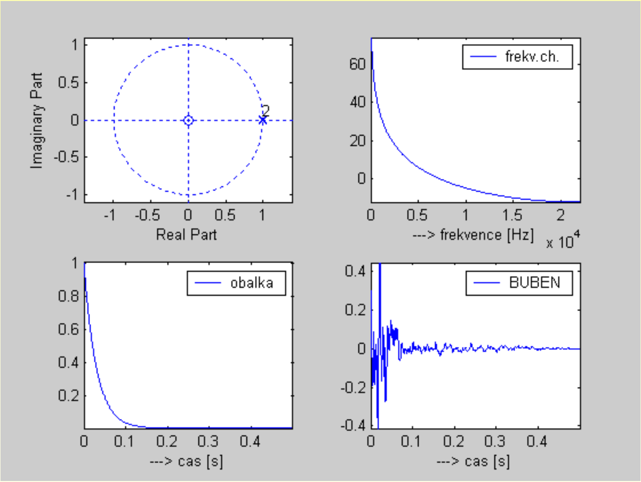


(.wav)

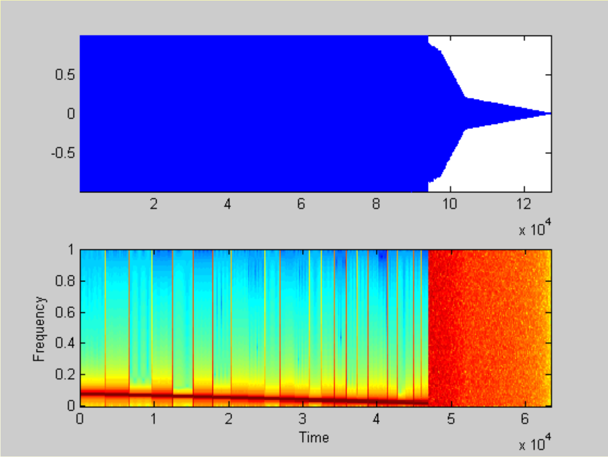
Filtrační syntéza

Aplikace s šumem a obálkami

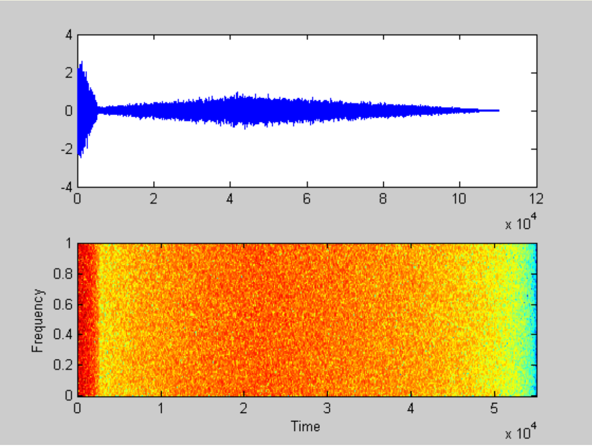
- buben



hry



efekty



Filtrační syntéza

```
doba=2.5;
t=0:1/fs:doba-1/fs;
x=randn(1,doba*fs);
X=[0 0.05 0.4  1];
Y=[1 0.05 0.25 0];
O=interp1(X,Y,t./t(end));
sig=x.*O;
```