

A7B31ZZS – 10. PŘEDNÁŠKA

Návrh filtrů

1. prosince 2014

- **Návrhy jednoduchých filtrů**
- **Návrhy složitějších filtrů**
 - **Porovnání FIR a IIR**
 - **Nástroje pro návrh FIR filtrů v MATLABu**
 - **Nástroje pro návrh IIR filtrů v MATLABu**
- **Kvantování koeficientů číslicových filtrů**
- **Aplikace**
 - **Filtrace EEG signálu (FIR)**
 - **Filtrační syntéza (IIR)**

Návrhy jednoduchých filtrů

- Přímé umístění nul a pólů uvnitř jednotkové kružnice
 - DP, HP, PP, PZ
 - Rezonátory a ekvalizéry
 - Úzkopásmové zadržky
 - Hřebenové filtry

Návrhy složitějších filtrů

- DP, HP, PP, PZ + specifikace
- Libovolné frekvenční charakteristiky
- Výběr filtrů
 - Finite Impulse Response (FIR)
 - Infinite Impulse Response (IIR)
- Který?
 - Složitost (implementace)
 - Stabilita
 - Lineární fáze

Porovnání FIR a IIR

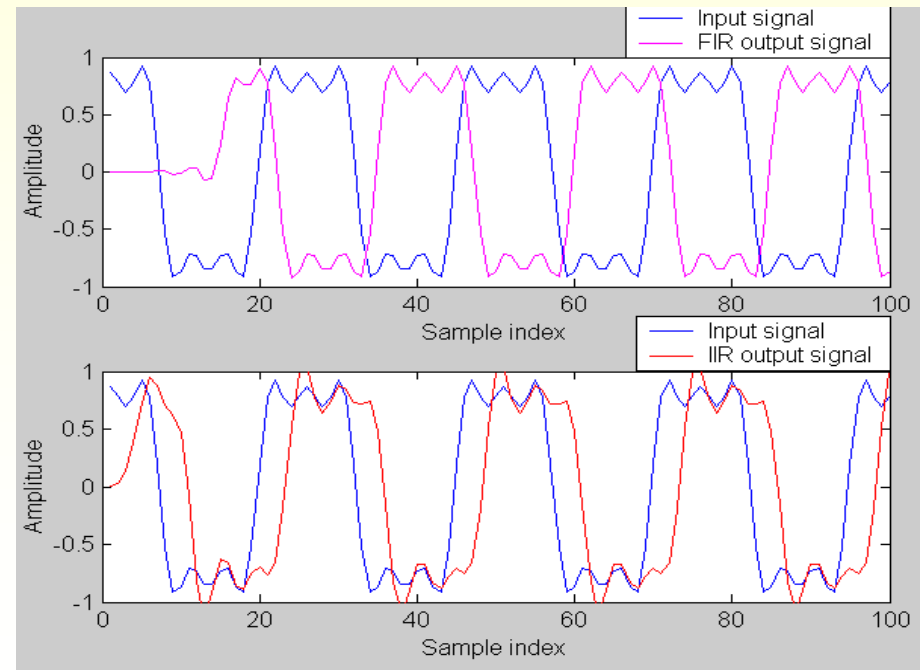
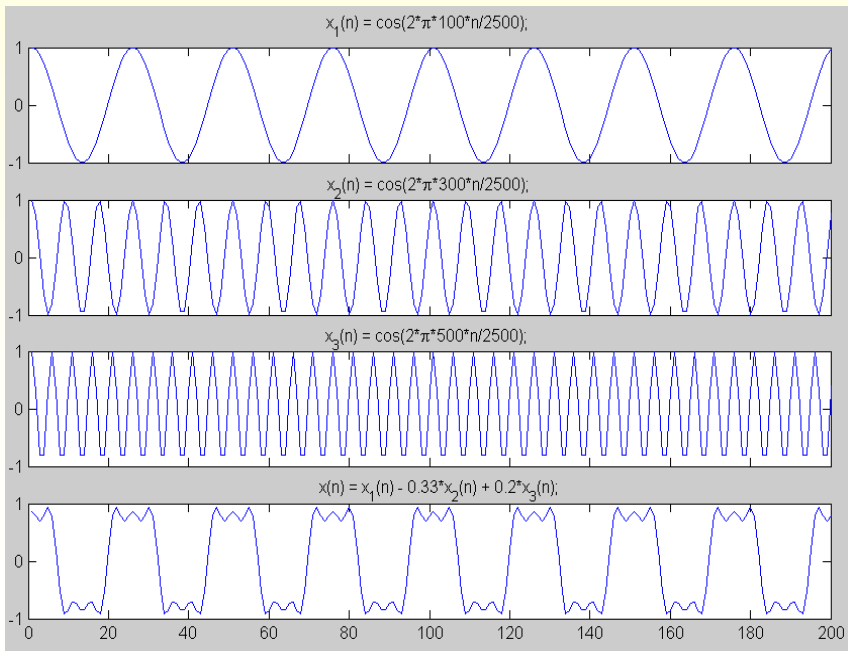
	FIR filtr	IIR filtr
Rovnice	$y(n) = \sum_{m=0}^M h(m)x(n-m)$	$y(n) = - \sum_{m=1}^N a_m y(n-m) + \sum_{m=0}^M b_m x(n-m)$
Přenosová funkce	$H(z) = \sum_{n=0}^M h(n)z^{-n}$	$H(z) = \frac{\sum_{m=0}^M b_m z^{-m}}{1 + \sum_{m=1}^N a_m z^{-m}}$
Stabilita	Stabilní	Stabilní pokud $ \text{póly} < 1$

Porovnání FIR a IIR – pokrač.

	FIR filtr	IIR filtr
Linearita fáze	Snadné dosáhnout	Velmi obtížné dosáhnout. Složitě postupy
Složitost	Pro dosažení specif. požadavků je potřeba mnoha koeficientů	Požadavek pouze několika koeficientů
Další	Není citlivé na chyby vzniklé zaokrouhlením	Pozor na chyby ze zaokrouhlení a přetečení při implementacích DSP

Proč lineární fáze?

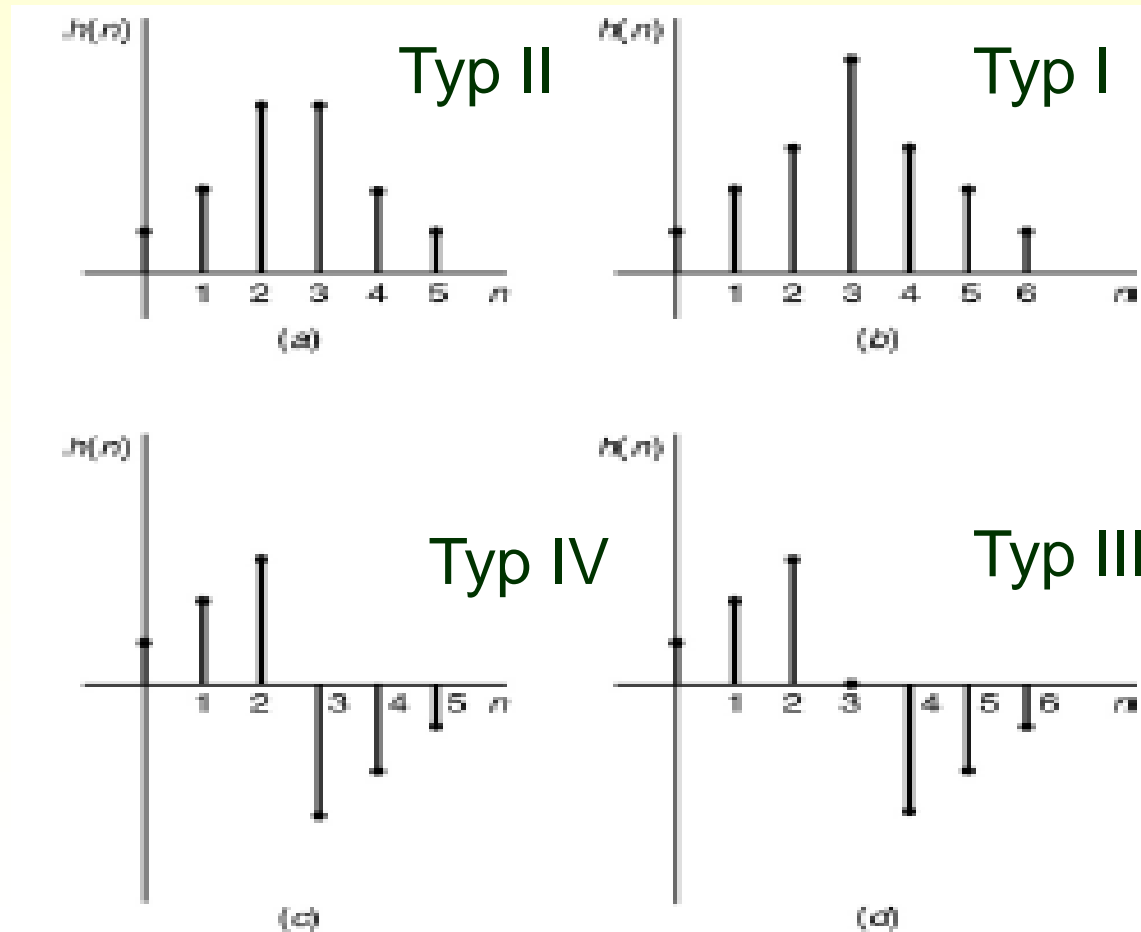
- Lineární fázi vyžaduje řada aplikací z:
 - biomedicíny
 - telekomunikací
 - zpracování obrazů
 - atd.



FIR filtry

- Impulsní charakteristika FIR filtrů **musí být symetrická nebo antisymetrická**

- Typ I
- Typ II
- Typ III
- Typ IV



FIR filtry

– Typ I

- Sudý počet nul na $z = 1$
- Lichý počet nul na $z = -1$

– Typ II

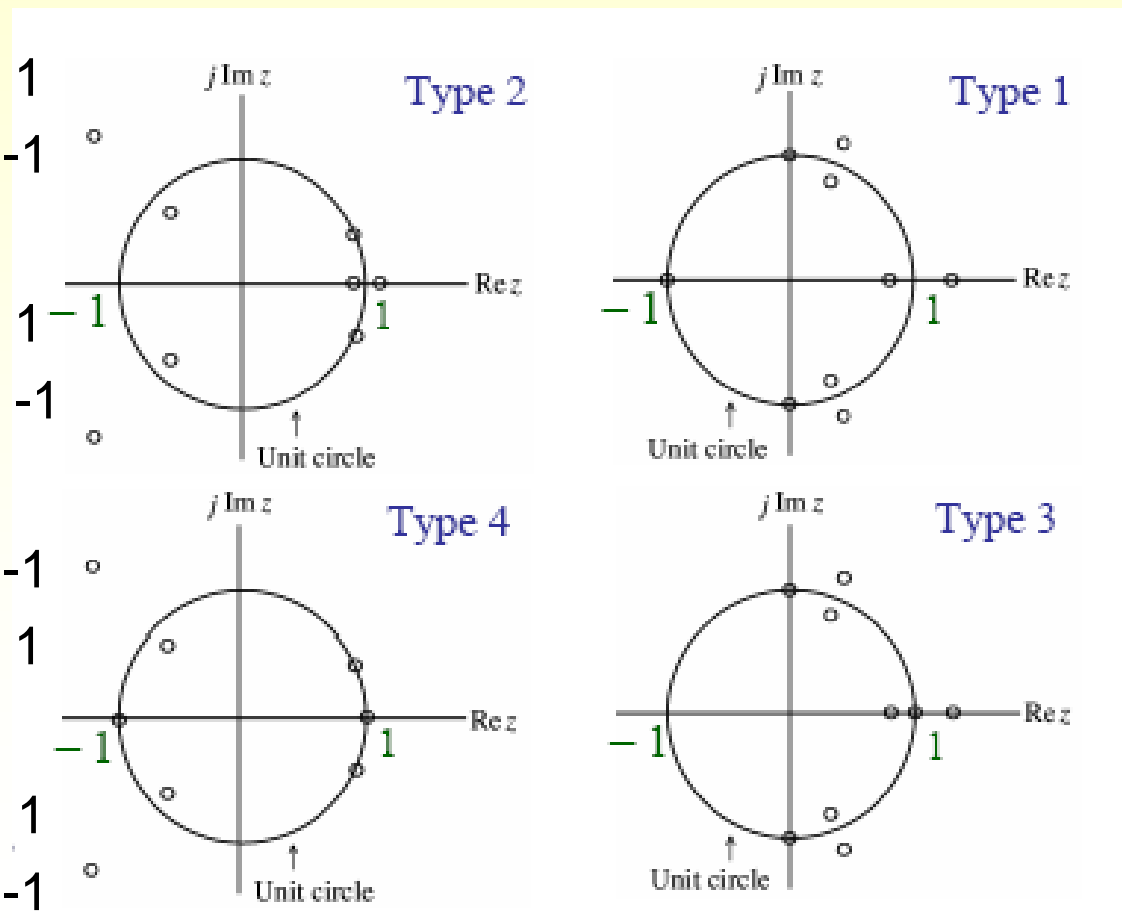
- Sudý počet nul na $z = 1$
- Sudý počet nul na $z = -1$

– Typ III

- Lichý počet nul na $z = -1$
- Sudý počet nul na $z = 1$

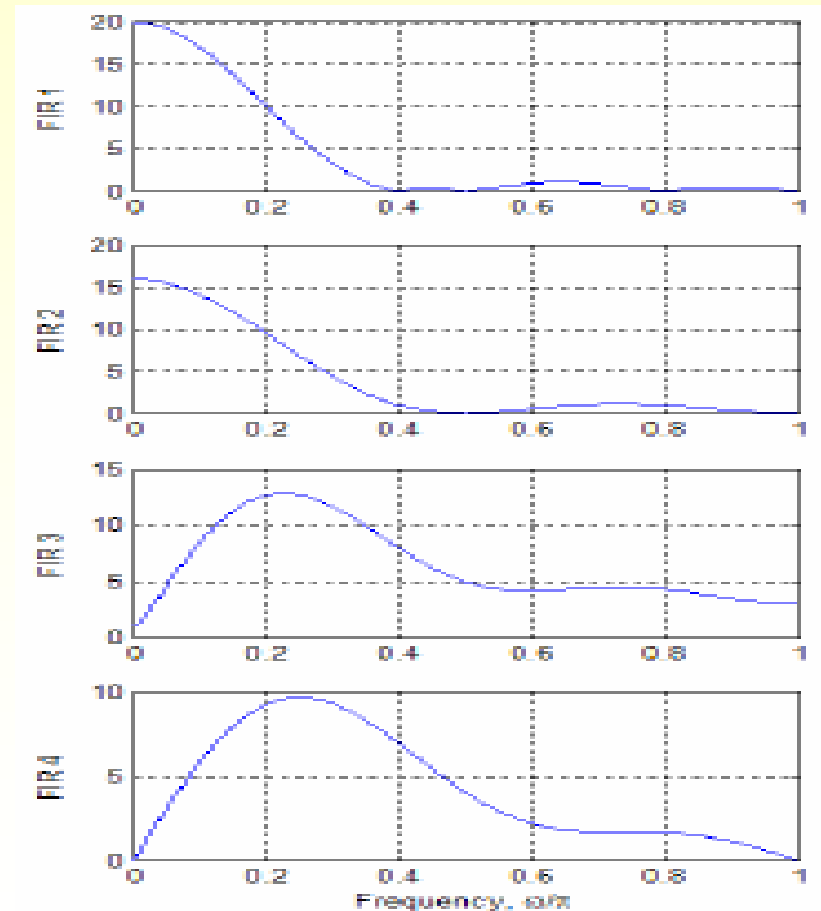
– Typ IV

- Lichý počet nul na $z = 1$
- Lichý počet nul na $z = -1$



FIR filtry

- Typ I
 - Nemá omezení a lze použít k návrhu všech filtrů
- Typ II
 - Nevhodný pro HP vždy nula na $z = -1$
- Typ III
 - Nevhodný pro DP nula na $z = 1$
- Typ IV
 - Vhodný jako PZ
 - nula na $z = 1$ a nula na $z = -1$



Nástroje pro návrh FIR filtrů v MATLABu

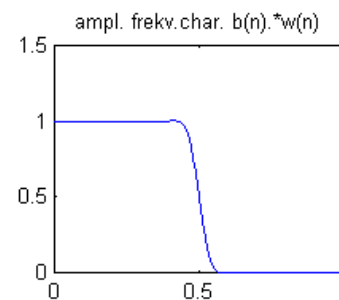
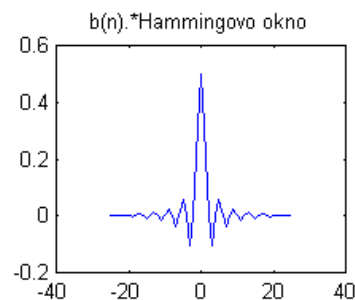
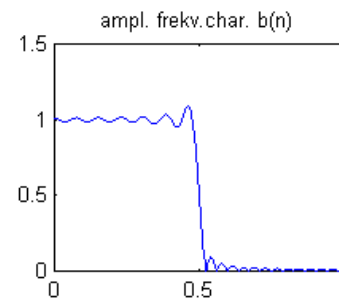
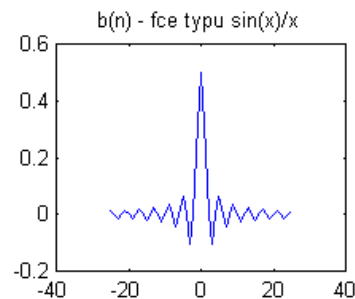
- Metoda váhových oken
 - Funkce FIR1 – umožňuje návrh DP, HP, PP, PZ

Nástroje pro návrh FIR filtrů v MATLABu

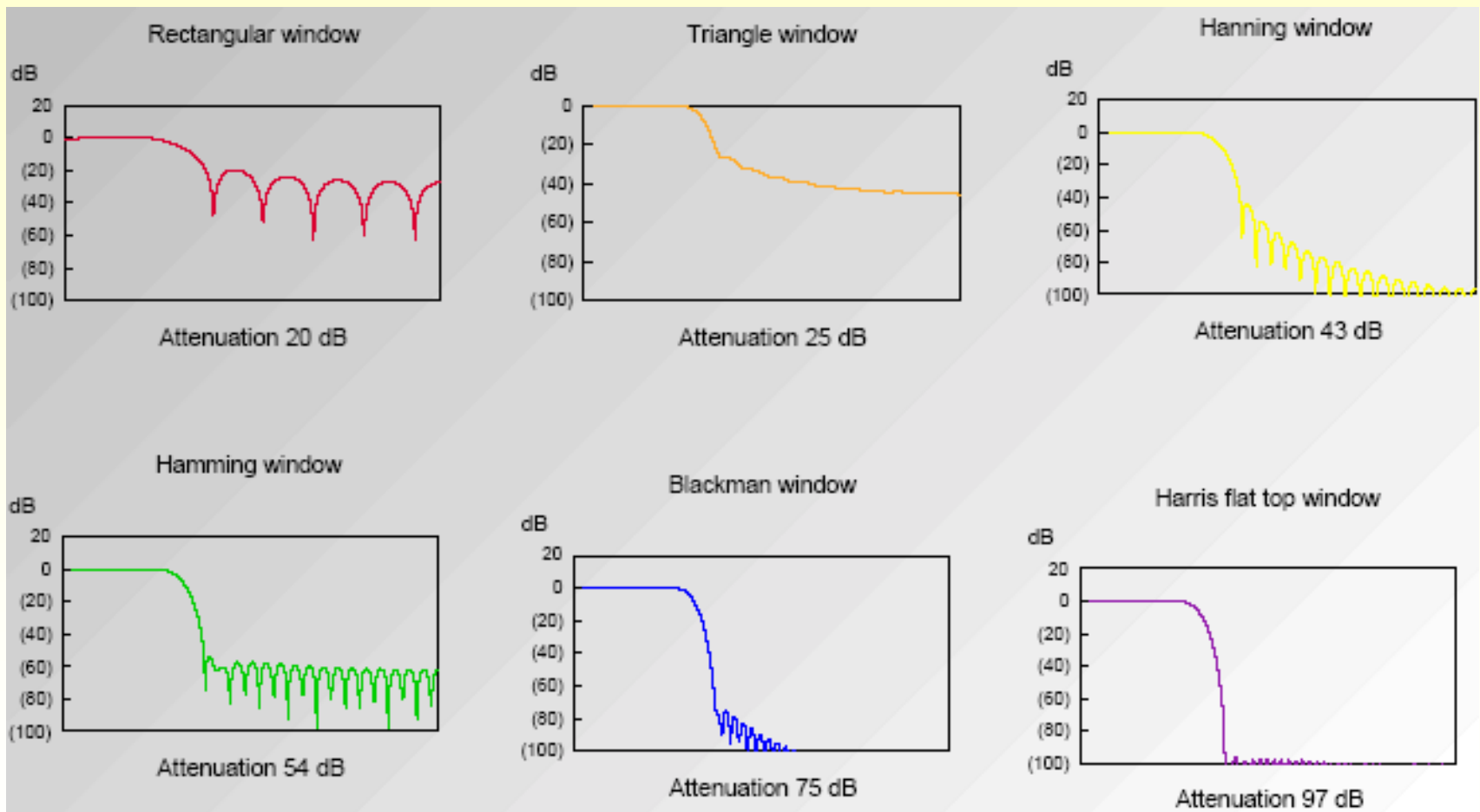
- Metoda váhových oken
 - Funkce FIR1 – umožňuje návrh DP, HP, PP, PZ
- Metoda frekvenčního vzorkování
 - Funkce FIR2 – umožňuje návrh vícepásmových propustí

Metoda váhových oken

- Frekvenční charakteristiky ideálních filtrů jsou tvořeny obdélníkovými funkcemi a tedy **impulzní odezva je inverzním obrazem obdélníkové funkce, což je funkce $\text{sinc}(x) = \sin(x)/x$**



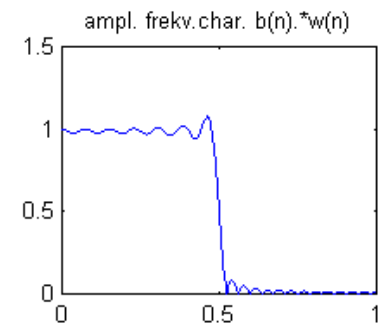
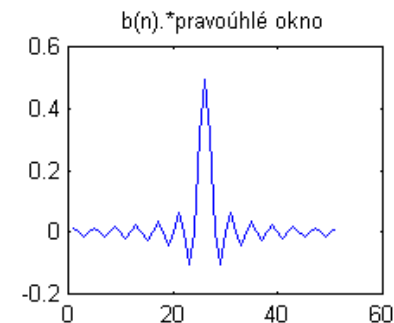
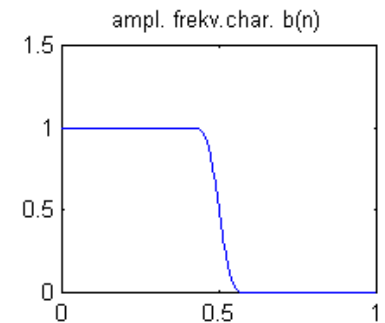
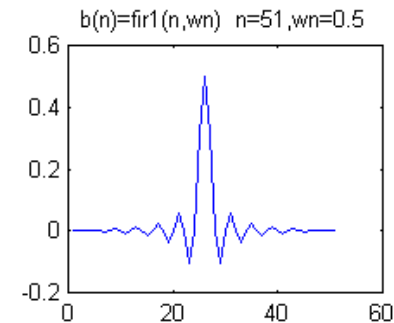
Metoda váhových oken



Metoda váhových oken

- Metoda váhových oken
 - Funkce FIR1

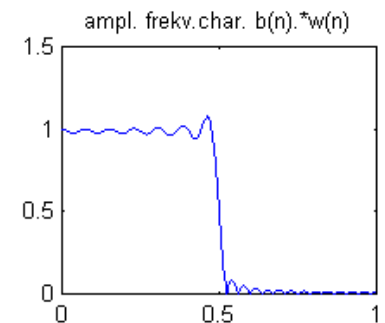
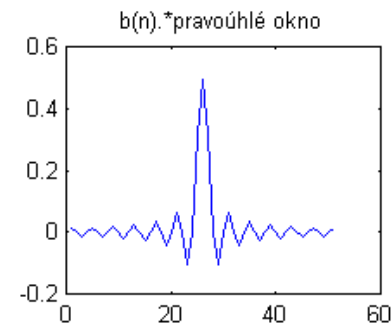
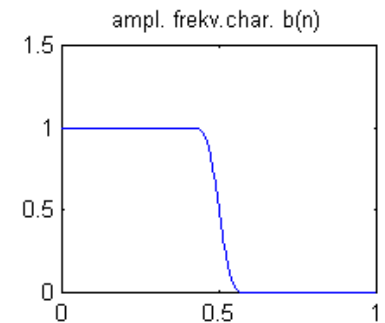
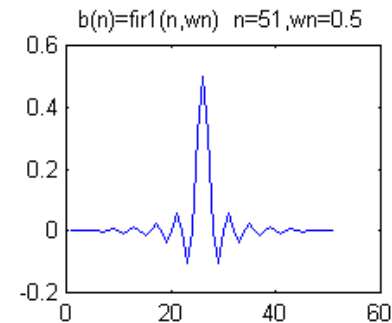
– Vymezení frekvenčního pásma



Metoda váhových oken

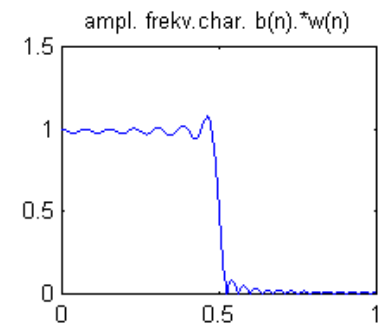
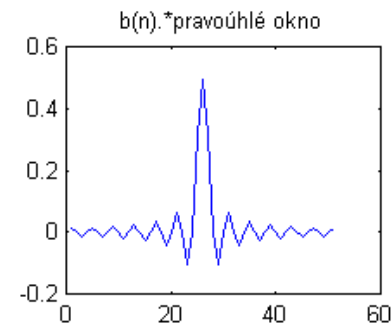
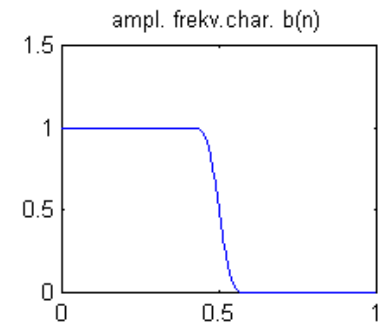
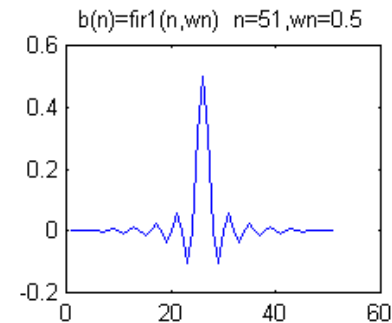
- Metoda váhových oken
 - Funkce FIR1

- Vymezení frekvenčního pásma
- Převedení na normalizovanou (číslicovou) frekvenci



Metoda váhových oken

- Metoda váhových oken
 - Funkce FIR1
 - Vymezení frekvenčního pásma
 - Převedení na normalizovanou (číslicovou) frekvenci
 - Získání impulsní odezvy pomocí IDFT

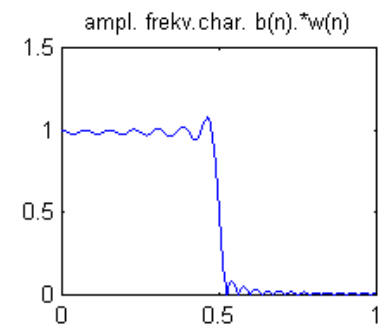
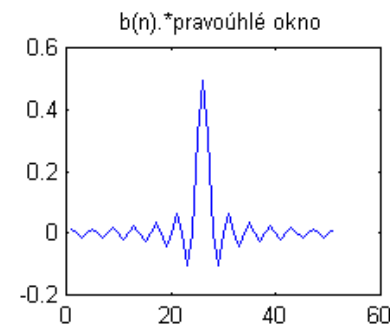
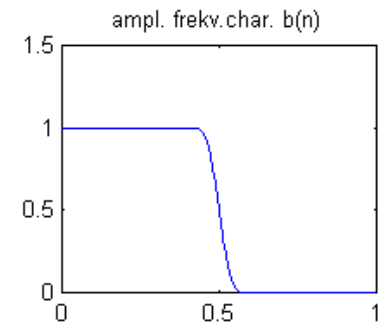
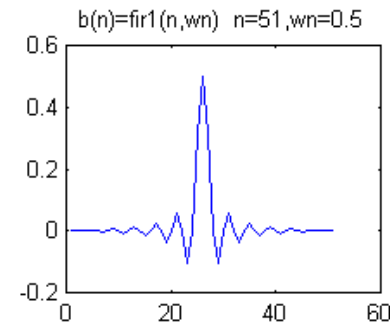


Metoda váhových oken

- Metoda váhových oken

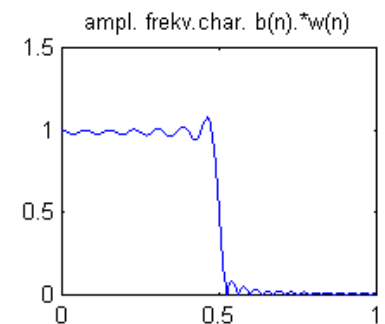
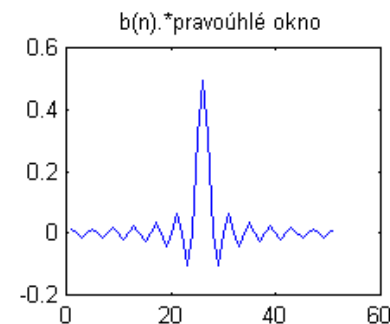
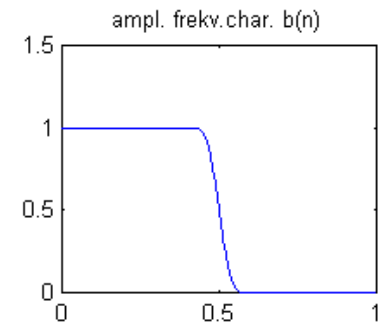
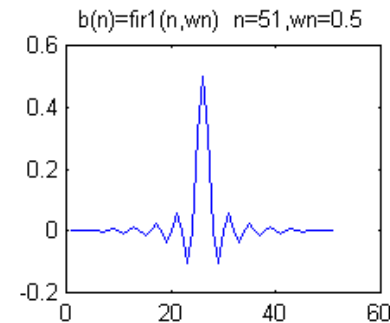
- Funkce FIR1

- Vymezení frekvenčního pásma
 - Převedení na normalizovanou (číslicovou) frekvenci
 - Získání impulsní odezvy pomocí IDFT
 - Vybrání konečného počtu N vzorků symetricky rozložených kolem 0



Metoda váhových oken

- Metoda váhových oken
 - Funkce FIR1
 - Vymezení frekvenčního pásma
 - Převedení na normalizovanou (číslicovou) frekvenci
 - Získání impulsní odezvy pomocí IDFT
 - Vybrání konečného počtu N vzorků symetricky rozložených kolem 0
 - Vážení vhodnou funkcí kvůli potlačení zvlnění

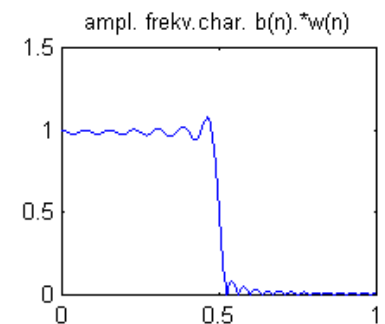
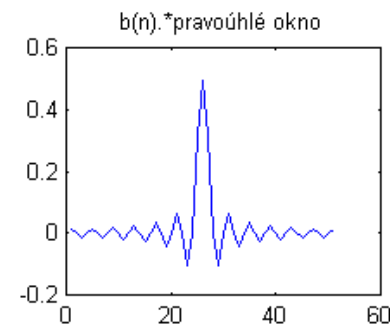
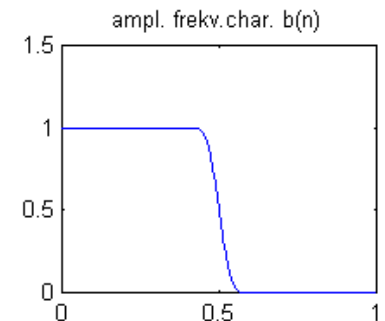
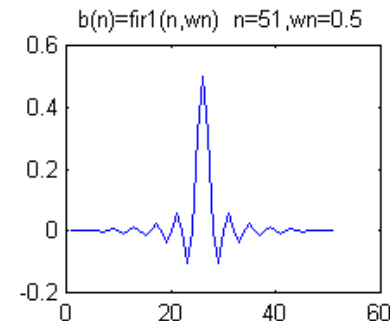


Metoda váhových oken

- Metoda váhových oken

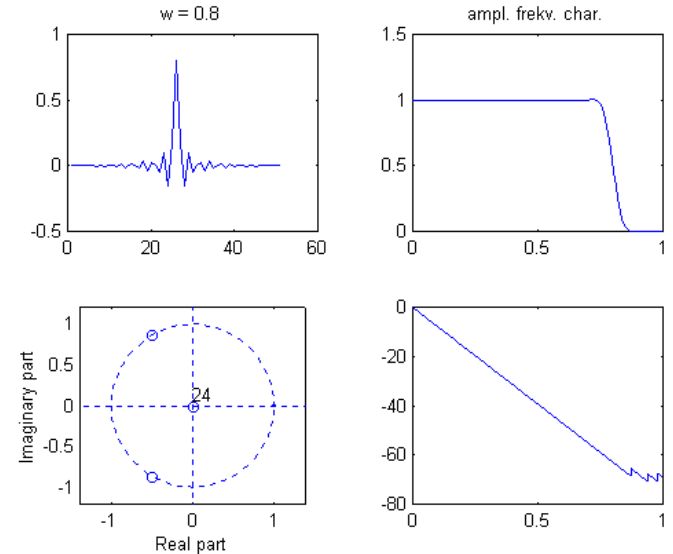
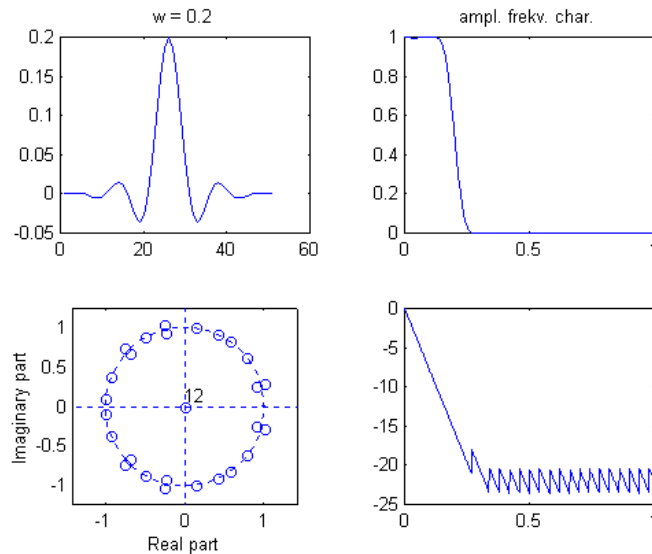
- Funkce FIR1

- Vymezení frekvenčního pásma
- Převedení na normalizovanou (číslicovou) frekvenci
- Získání impulsní odezvy pomocí IDFT
- Vybrání konečného počtu N vzorků symetricky rozložených kolem 0
- Vážení vhodnou funkcí kvůli potlačení zvlňění
- Posunutí impulzní odezvy o $(N - 1)$ vzorků doprava, abychom získali kauzální filtr



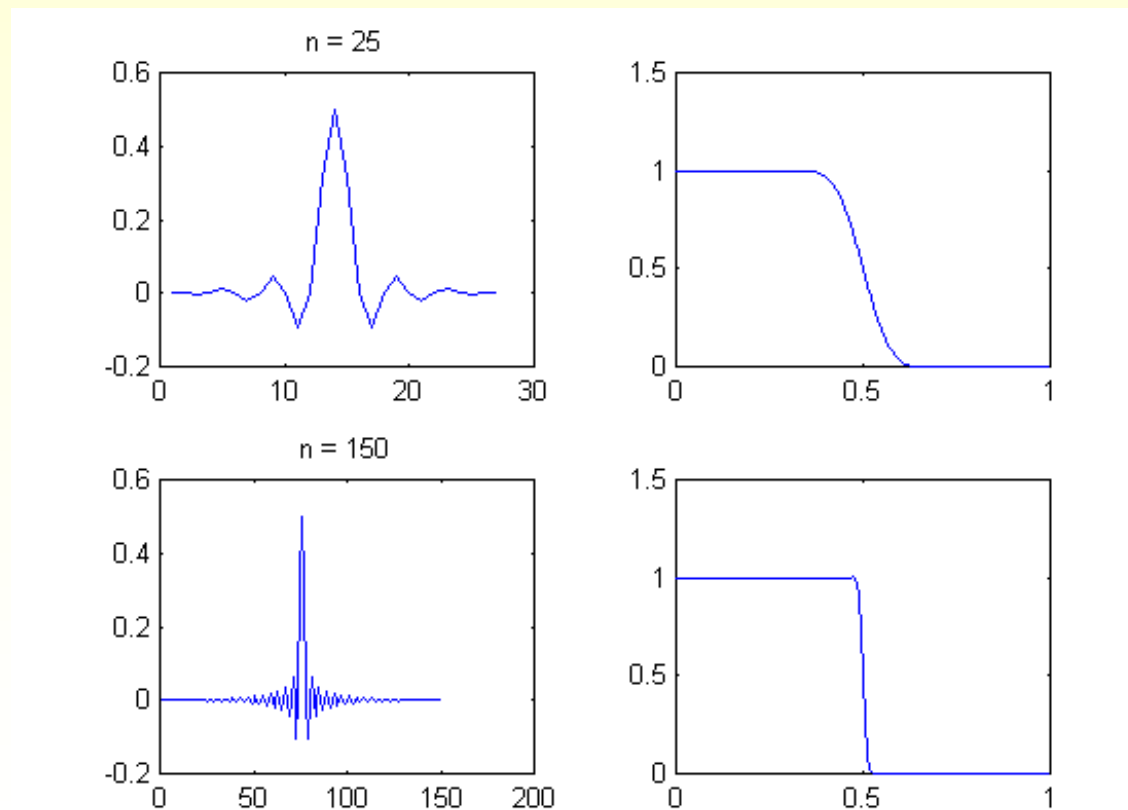
Metoda váhových oken

- Metoda váhových oken
 - Změna normované frekvence



Metoda váhových oken

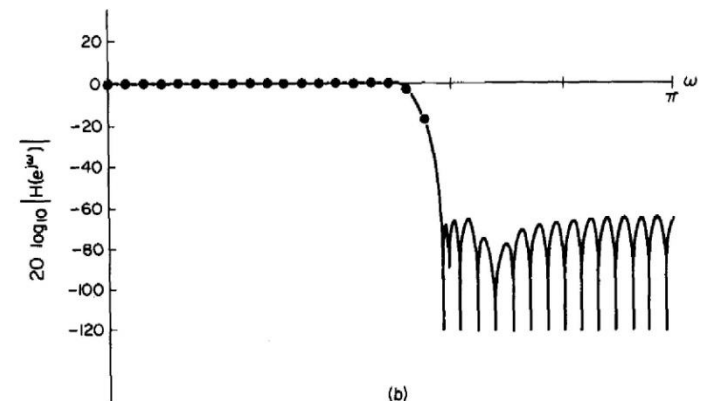
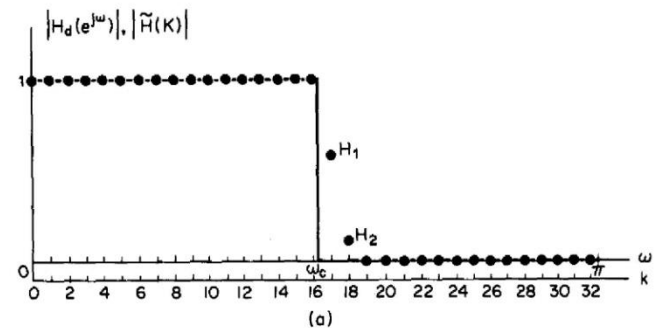
- Změna řádu filtru



Metoda frekvenčního vzorkování

- Frekvenční charakteristika je Fourierovým obrazem impulzní charakteristiky
- Impulzní odezva je inverzním obrazem frekvenční charakteristiky

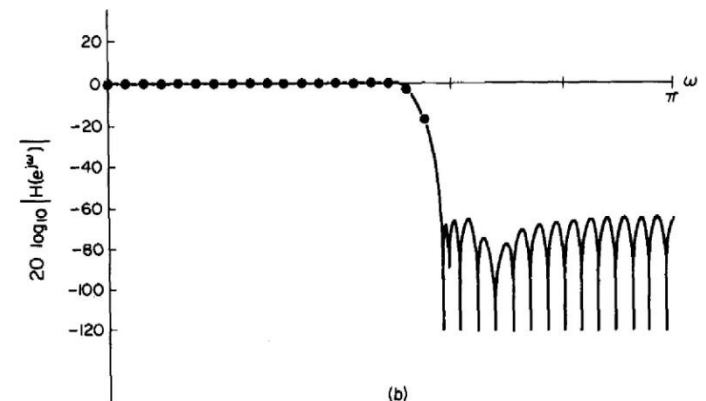
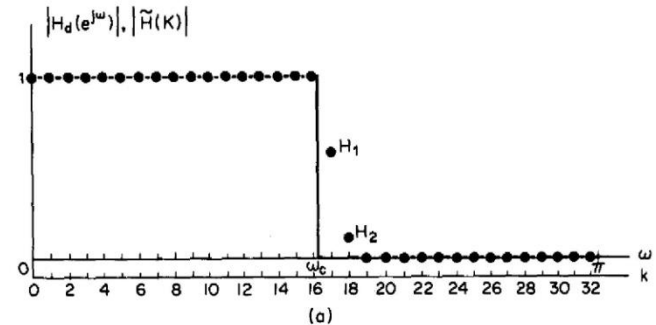
254 Digital Filter Design Techniques



Metoda frekvenčního vzorkování

- Frekvenční charakteristika je Fourierovým obrazem impulzní charakteristiky
- Impulzní odezva je inverzním obrazem frekvenční charakteristiky
- Použití
 - v obrazu spektra si stanovíme průběh frekvenční charakteristiky

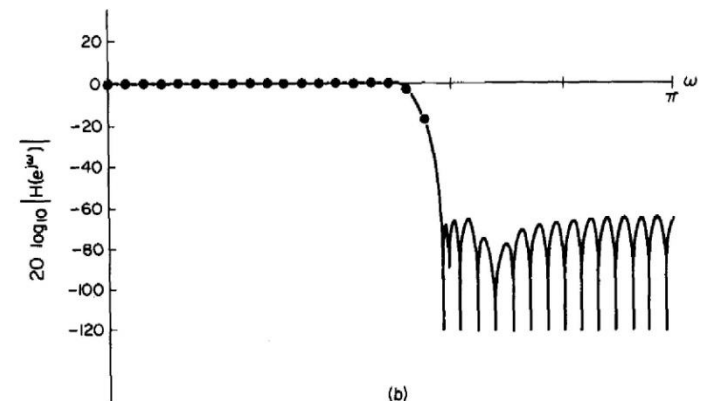
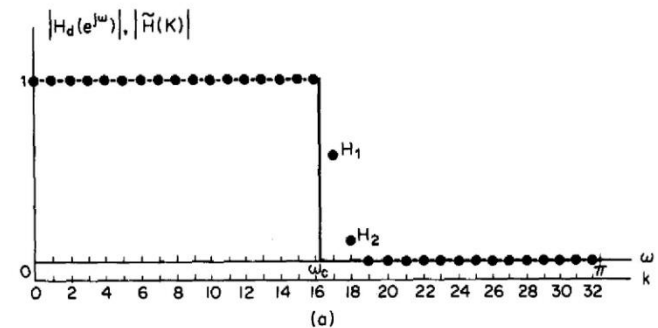
254 Digital Filter Design Techniques



Metoda frekvenčního vzorkování

- Frekvenční charakteristika je Fourierovým obrazem impulzní charakteristiky
- Impulzní odezva je inverzním obrazem frekvenční charakteristiky
- Použití
 - v obrazu spektra si stanovíme průběh frekvenční charakteristiky
 - charakteristiku navzorkujeme s vhodným počtem bodů o N koeficientech

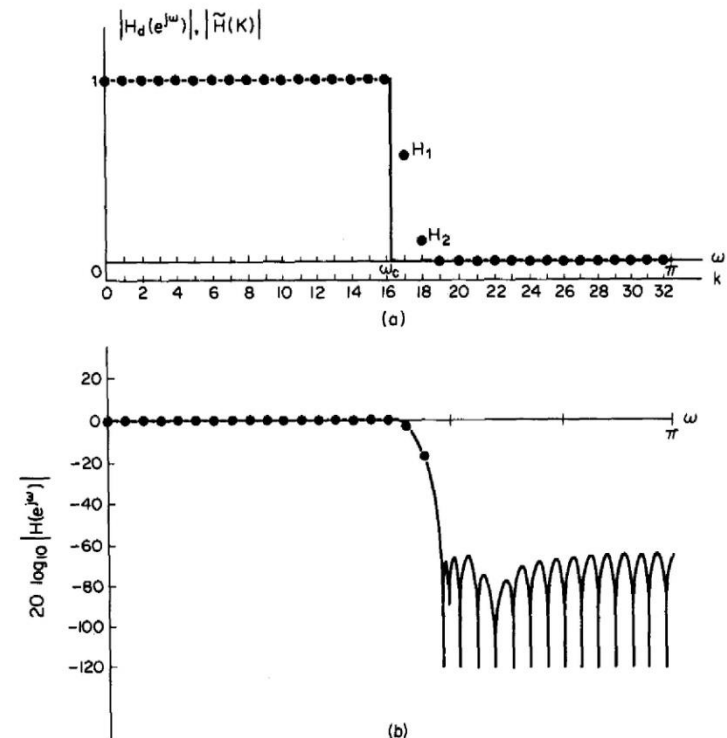
254 Digital Filter Design Techniques



Metoda frekvenčního vzorkování

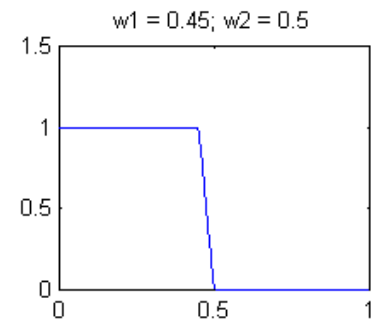
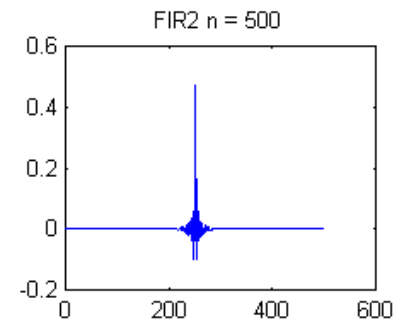
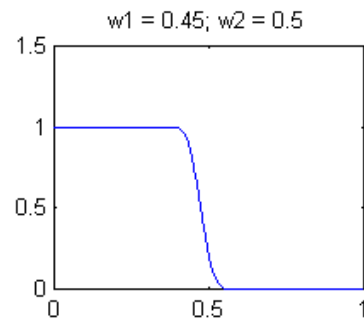
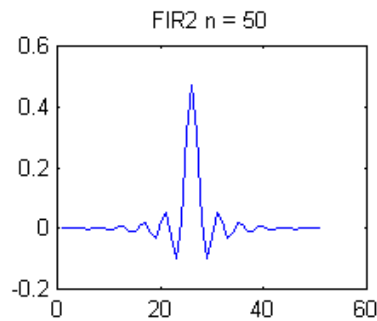
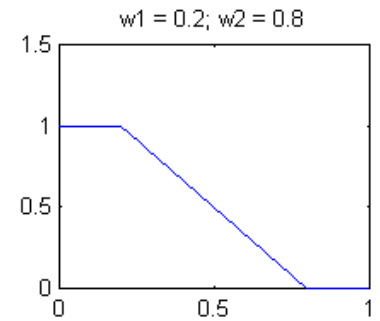
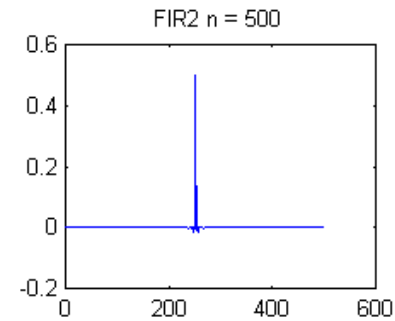
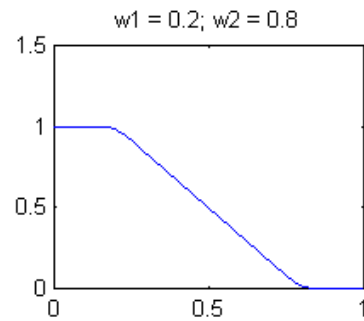
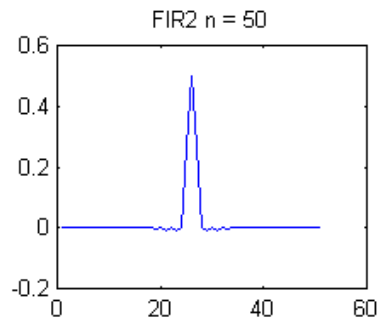
- Frekvenční charakteristika je Fourierovým obrazem impulzní charakteristiky
- Impulzní odezva je inverzním obrazem frekvenční charakteristiky
- **Použití**
 - v obrazu spektra si stanovíme průběh frekvenční charakteristiky
 - charakteristiku navzorkujeme s vhodným počtem bodů o N koeficientech
 - provedeme inverzní DFT, kterou získáme impulzní odezvu o N koeficientech

254 Digital Filter Design Techniques



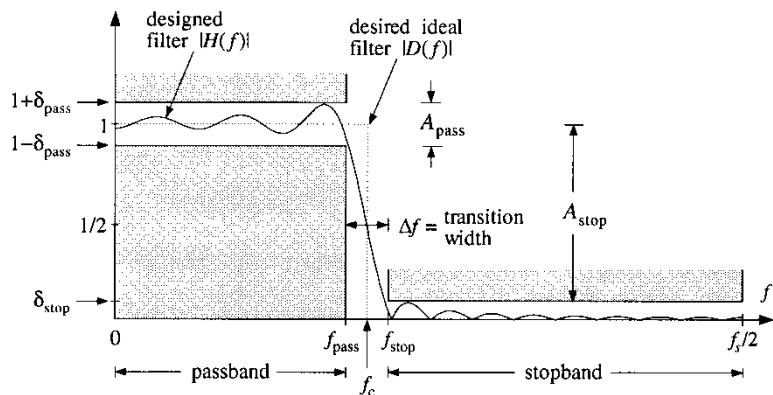
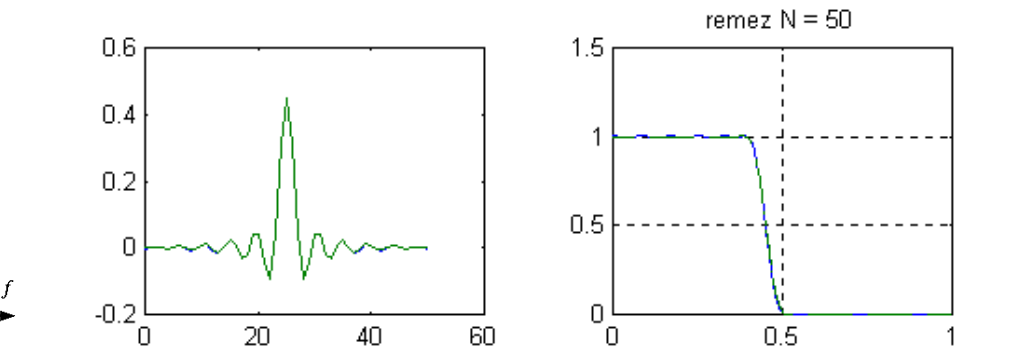
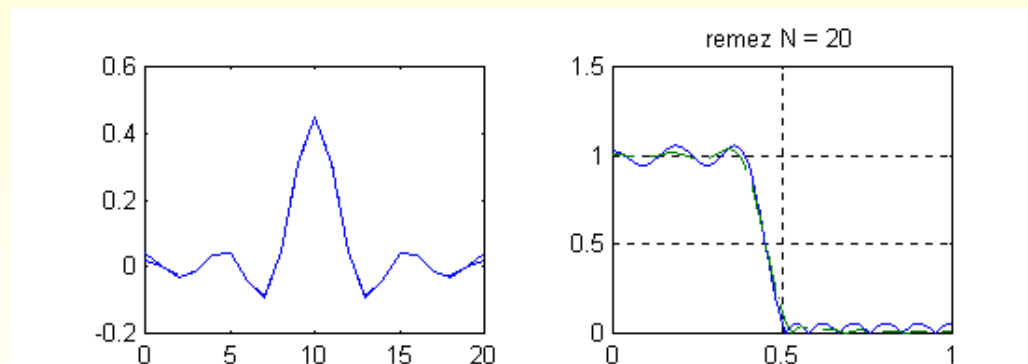
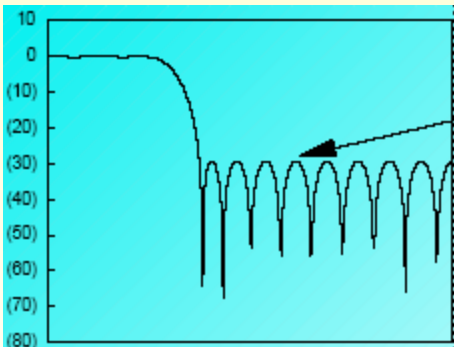
Metoda frekvenčního vzorkování

- funkce FIR2



Remezův algoritmus

- Rovnoměrná aproximace v propustném i nepropustném pásmu



Výhody a nevýhody filtrů FIR

- Poměrně **jednoduchý** a **intuitivní** návrh

Výhody a nevýhody filtrů FIR

- Poměrně **jednoduchý** a **intuitivní** návrh
- Filtr je **nerekursivní** (bez zpětných vazeb), je tudíž vždy **stabilní** (nemůže způsobit kmitání)

Výhody a nevýhody filtrů FIR

- Poměrně **jednoduchý** a **intuitivní** návrh
- Filtr je **nerekursivní** (bez zpětných vazeb), je tudíž vždy **stabilní** (nemůže způsobit kmitání)
- Filtry FIR mohou zajistit **lineární** průběh **fázové charakteristiky**

Výhody a nevýhody filtrů FIR

- Poměrně **jednoduchý** a **intuitivní** návrh
- Filtr je **nerekursivní** (bez zpětných vazeb), je tudíž vždy **stabilní** (nemůže způsobit kmitání)
- Filtry FIR mohou zajistit **lineární** průběh **fázové charakteristiky**
- S filtry FIR se **hůře dosahuje velká strmost** přechodu mezi propustným a nepropustným pásmem

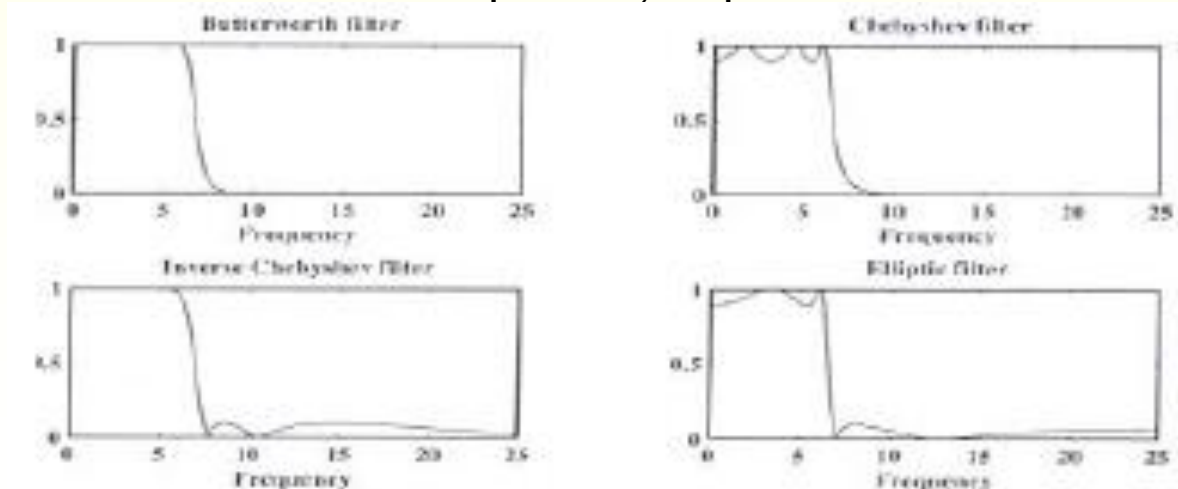
Výhody a nevýhody filtrů FIR

- Poměrně **jednoduchý** a **intuitivní** návrh
- Filtr je **nerekursivní** (bez zpětných vazeb), je tudíž vždy **stabilní** (nemůže způsobit kmitání)
- Filtry FIR mohou zajistit **lineární** průběh **fázové charakteristiky**
- S filtry FIR se **hůře dosahuje velká strmost** přechodu mezi propustným a nepropustným pásmem
- Pro dosažení velké strmosti jsou třeba **filtry s mnoha koeficienty**, takové filtry mají dlouhé zpoždění

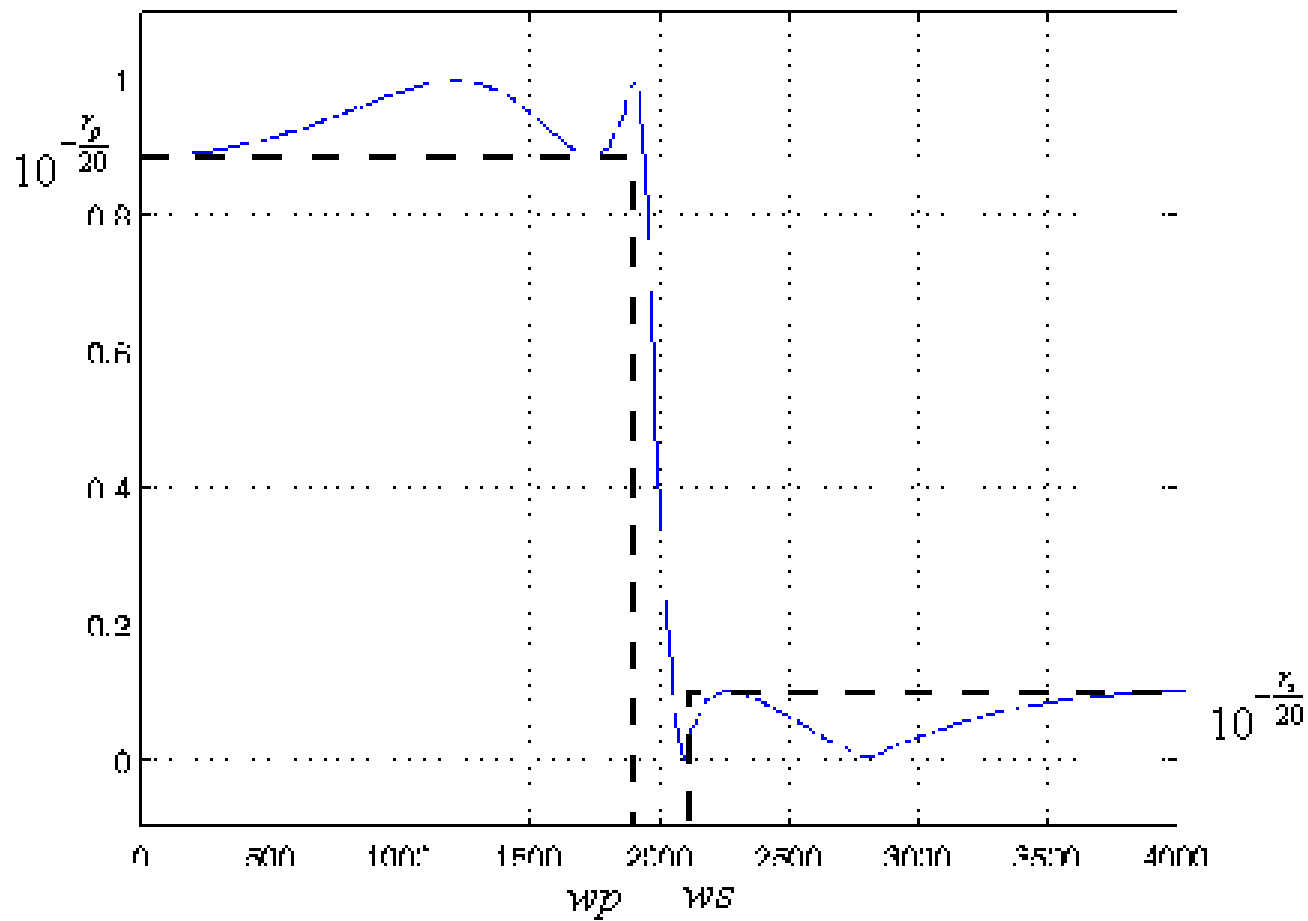
Nástroje pro návrh IIR filtrů v MATLABu

Umožňují navrhovat filtry požadovaných typů (DP, HP, PP, PZ), zvolených pásem, hodnot útlumů a průběhů

- Čtyři typy průběhů (podle plochosti charakteristiky)
 - Butterworth – maximálně plochý průběh bez zvlnění
– buttord.m, butter.m
 - Čebyšev 1 – zvlnění v propustném pásmu
– cheb1ord.m, cheby1.m
 - Čebyšev 2 – zvlnění v nepropustném pásmu
– cheb2ord.m, cheby2.m
 - Eliptický – zvlnění povoleno v obou pásmech
– ellipord.m, ellip.m



IIR filtry



Nástroje pro návrh IIR filtrů v MATLABu

- Vyberte a realizujte filtr splňující uvedené požadavky s nejnižším možným řádem

```
[N, wn]=buttord(wp, ws, rp, rs)
```

```
[b, a]=butter(N, wn)
```

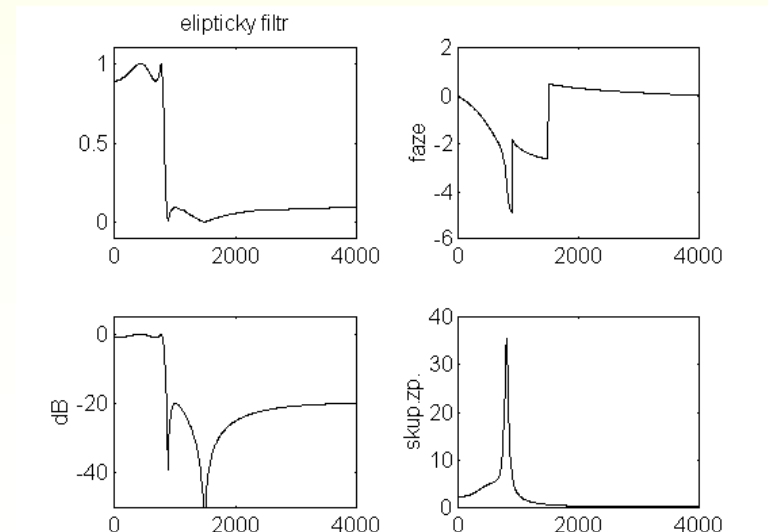
```
[b, a]=cheby1(N, rp, wn)
```

```
[b, a]=cheby2(N, rs, wn)
```

```
[b, a]=ellip(N, rp, rs, wn)
```

- filtr je určen pro řečový signál vzorkovaný 8 kHz
- hraniční kmitočet propustného pásma je 800 Hz
- hraniční kmitočet nepropustného pásma je 1000 Hz
- přípustné zvlnění v propustném pásmu je 1 dB
- odstup nepropustného pásma je 20dB

	N	F_m
Butterworth	13	850
Čebyšev I	6	800
Čebyšev II	6	941
Eliptický	4	800



Nástroje pro návrh IIR filtrů v MATLABu

- DP

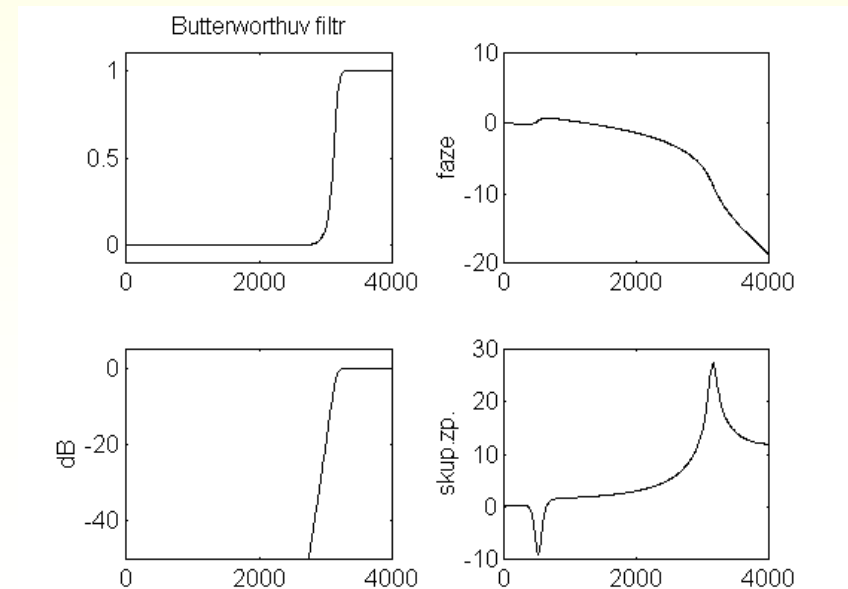
```
wp=800/4000;           %mezni kmitocet propustneho pasma
ws=1000/4000;         %mezni kmitocet nepropust. pasma
rp=1;                 %zvlneni v propustnem pasmu
rs=20;                %potlaceni v nepropustnem pasmu
[n,wn]=ellipord(wp,ws,rp,rs);
[b,a]=ellip(n,rp,rs,wn);
```

Nástroje pro návrh IIR filtrů v MATLABu

- Realizujte Butterworthův filtr optimálního řádu a zobrazte kmitočtové charakteristiky

- filtr je určen pro řečový signál vzorkovaný 8 kHz
- hraniční kmitočet propustného pásma je 3200 Hz
- hraniční kmitočet nepropustného pásma je 3000 Hz
- přípustné zvlnění v propustném pásmu je 1 dB
- odstup nepropustného pásma je 20dB

	N	F_m
Butterworth	13	3149
Čebyšev I	6	3200
Čebyšev II	6	3058
Eliptický	4	3200



Nástroje pro návrh IIR filtrů v MATLABu

- HP

```
wp=3200/4000;  
ws=3000/4000;  
rp=1;  
rs=20;  
[n,wn]=buttord(wp,ws,rp,rs);  
[b,a]=butter(n,wn,'high');
```

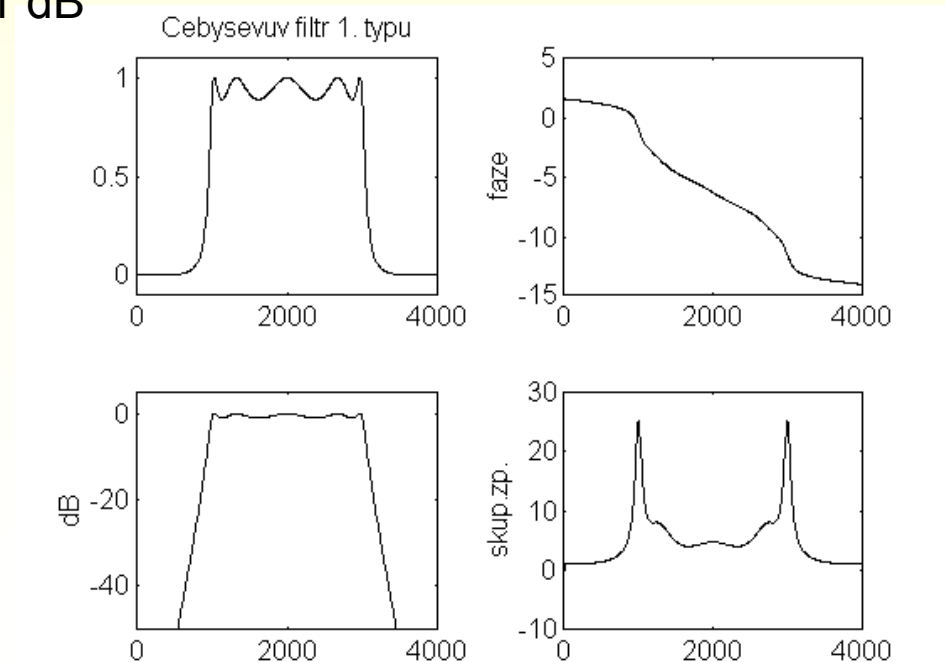
Nástroje pro návrh IIR filtrů v MATLABu

- PP - Čebyševův filtr I. typu

- filtr je určen pro řečový signál vzorkovaný 8 kHz
- hraniční kmitočet 1. nepropustného pásma je 800 Hz
- dolní hraniční kmitočet propustného pásma je 1000 Hz
- horní hraniční kmitočet propustného pásma je 3000 Hz
- hraniční kmitočet 2. nepropustného pásma je 3200 Hz
- přípustné zvlnění v propustném pásmu je 1 dB
- odstup nepropustného pásma je 20dB

```
wp=[1000/4000 3000/4000];  
ws=[800/4000 3200/4000];  
rp=1;  
rs=20;
```

```
[n,wn]=cheblord(wp,ws,rp,rs);  
[b,a]=cheby1(n,rp,wn);
```



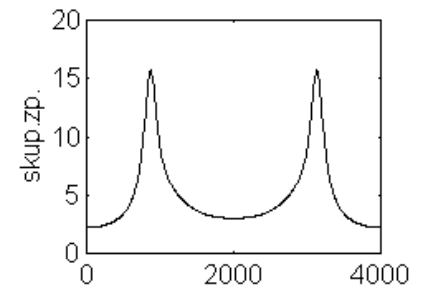
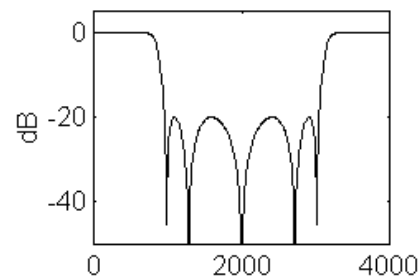
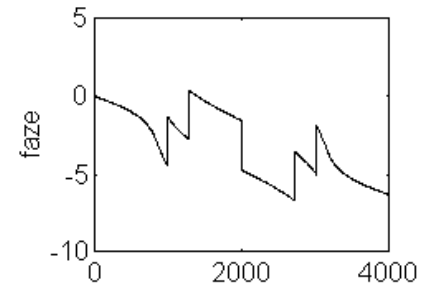
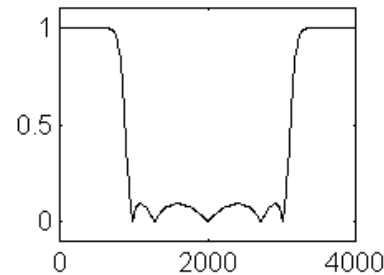
Nástroje pro návrh IIR filtrů v MATLABu

- PZ - Čebyševův filtr II. typu

- filtr je určen pro řečový signál vzorkovaný 8 kHz
- hraniční kmitočet 1. nepropustného pásma je 800 Hz
- dolní hraniční kmitočet propustného pásma je 1000 Hz
- horní hraniční kmitočet propustného pásma je 3000 Hz
- hraniční kmitočet 2. nepropustného pásma je 3200 Hz
- přípustné zvlnění v propustném pásmu je 1 dB
- odstup nepropustného pásma je 20dB

```
ws=[1000/4000 3000/4000];  
wp=[800/4000 3200/4000];  
rp=1;  
rs=20;  
[n,wn]=cheb2ord(wp,ws,rp,rs);  
[b,a]=cheby2(n,rs,wn,'stop');
```

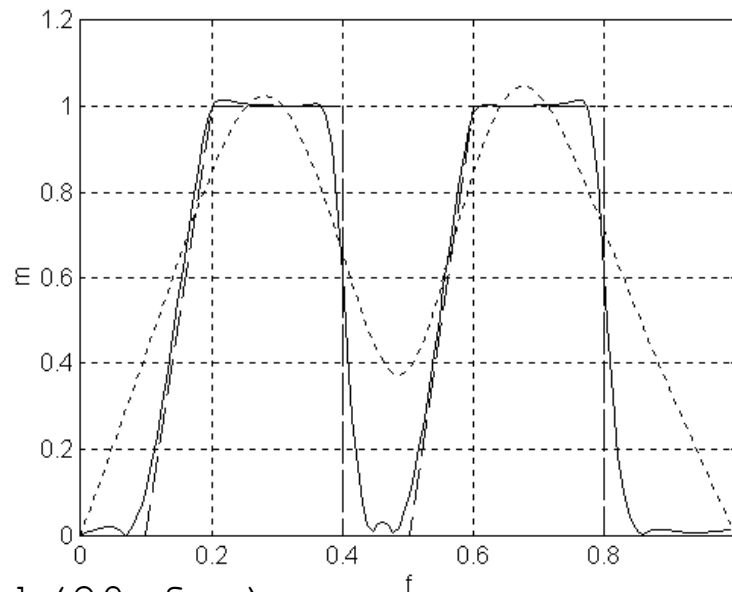
Čebyševův filtr 2. typu



Nástroje pro návrh IIR filtrů v MATLABu

Návrh filtrů libovolného tvaru (včetně vícepásmových propustí)

```
m = [0 0 1 1 0 0 1 1 0 0];  
f = [0 0.1 0.2 0.4 0.4 0.5 0.6 0.8 0.8 1];
```

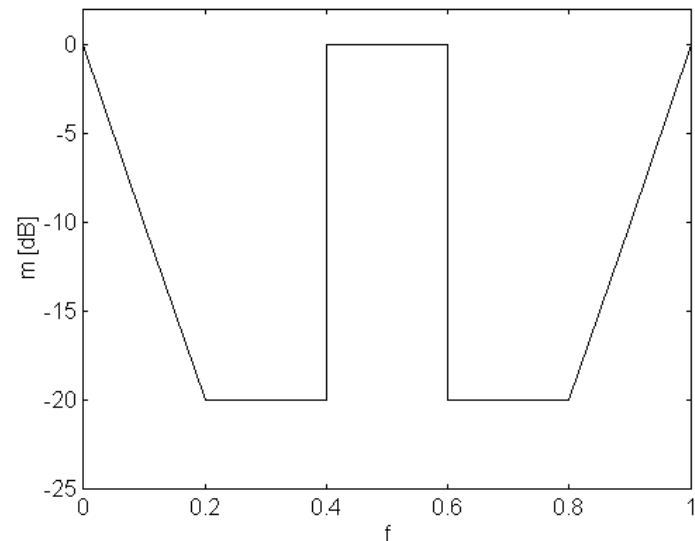
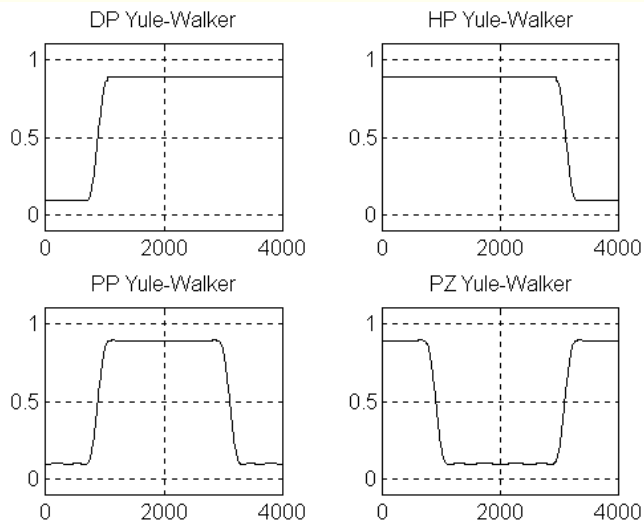


```
[b,a] = yulewalk(20,f,m);
```

Nástroje pro návrh IIR filtrů v MATLABu

yulewalk

```
rad = 4;  
dB = [1 1 20 20 1 1];  
f = [0 0.2 0.25 0.75 0.8 1];  
m = 10.^(-dB/20);  
[b,a]=yulewalk(rad,f,m);
```



Výhody a nevýhody filtrů IIR

- Filtr je **rekursivní** (se zpětnými vazbami), může být **nestabilní** (pro amplitudově omezený vstupní signál by generoval signál s neustále rostoucími amplitudami)

Výhody a nevýhody filtrů IIR

- Filtr je **rekursivní** (se zpětnými vazbami), může být **nestabilní** (pro amplitudově omezený vstupní signál by generoval signál s neustále rostoucími amplitudami)
- Filtr IIR bude **stabilní**, pokud všechny jeho póly leží **uvnitř jednotkové kružnice**

Výhody a nevýhody filtrů IIR

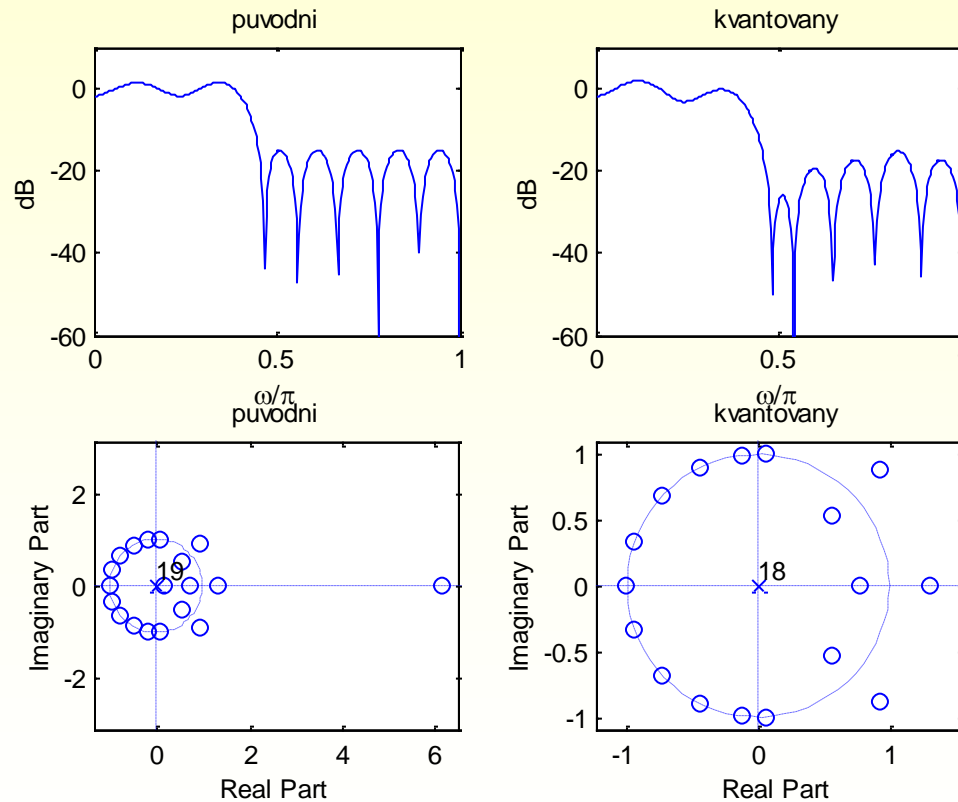
- Filtr je **rekursivní** (se zpětnými vazbami), může být **nestabilní** (pro amplitudově omezený vstupní signál by generoval signál s neustále rostoucími amplitudami)
- Filtr IIR bude **stabilní**, pokud všechny jeho póly leží **uvnitř jednotkové kružnice**
- S filtry IIR lze dosáhnout **velmi strmé přechody** mezi propustným a nepropustným pásmem, a to i při malém řádu filtru

Výhody a nevýhody filtrů IIR

- Filtr je **rekursivní** (se zpětnými vazbami), může být **nestabilní** (pro amplitudově omezený vstupní signál by generoval signál s neustále rostoucími amplitudami)
- Filtr IIR bude **stabilní**, pokud všechny jeho póly leží **uvnitř jednotkové kružnice**
- S filtry IIR lze dosáhnout **velmi strmé přechody** mezi propustným a nepropustným pásmem, a to i při malém řádu filtru
- Filtry IIR nemají lineární průběh fázové charakteristiky

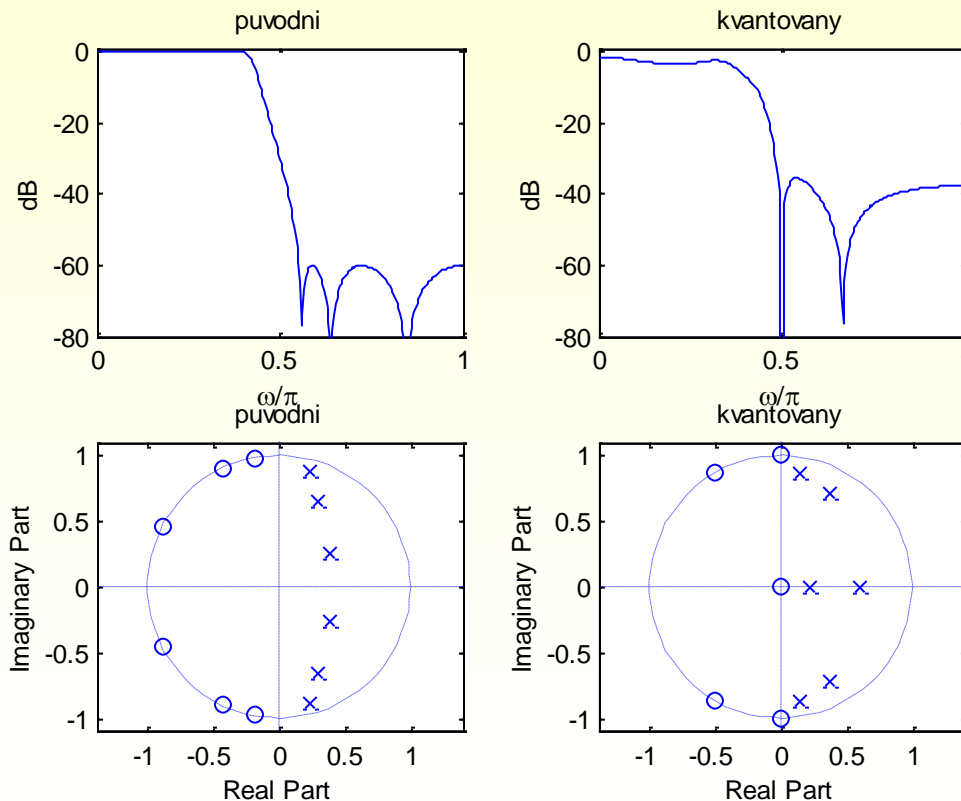
Kvantování koeficientů číslicových filtrů

- Kvantování koeficientů FIR filtrů



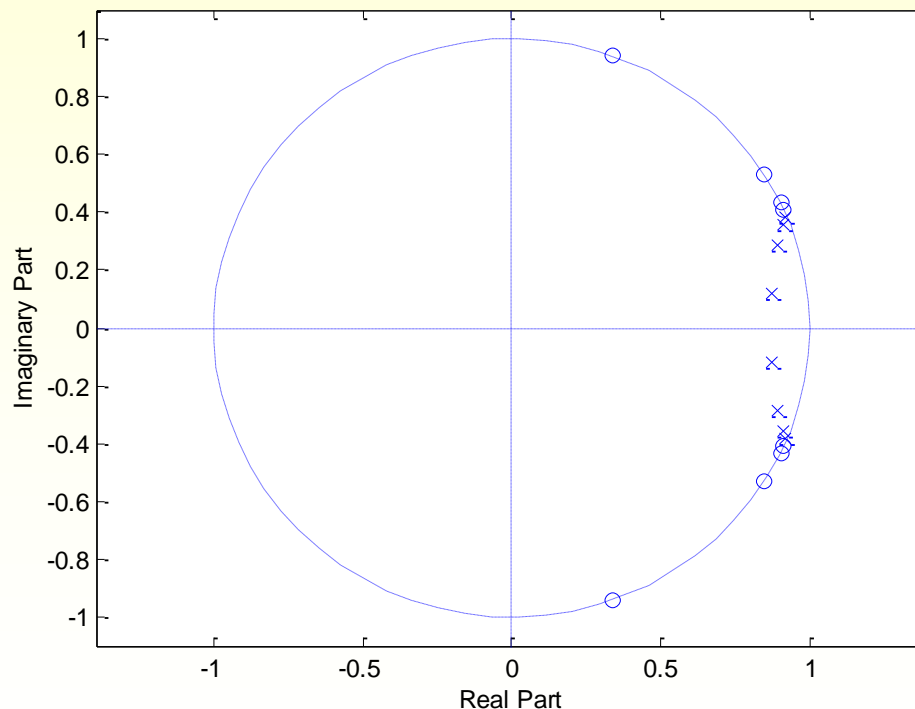
Kvantování koeficientů číslicových filtrů

- Kvantování koeficientů IIR filtrů



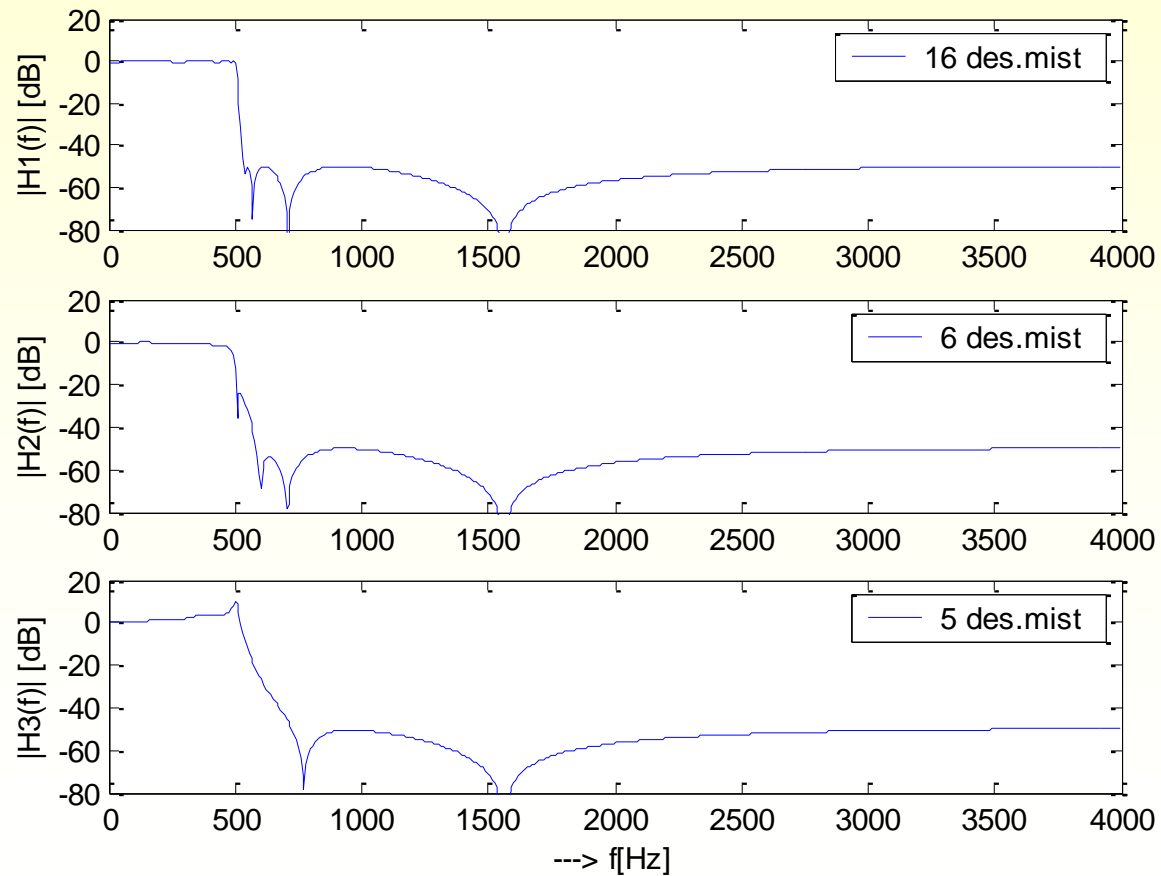
Kvantování koeficientů číslicových filtrů

řečový signál je vzorkován frekvencí 8 kHz
mezní frekvence dolní propusti je 500 Hz
zvlnění v propustném pásmu by mělo být menší než 0,5 dB
odstup nepropustného pásma alespoň 50 dB

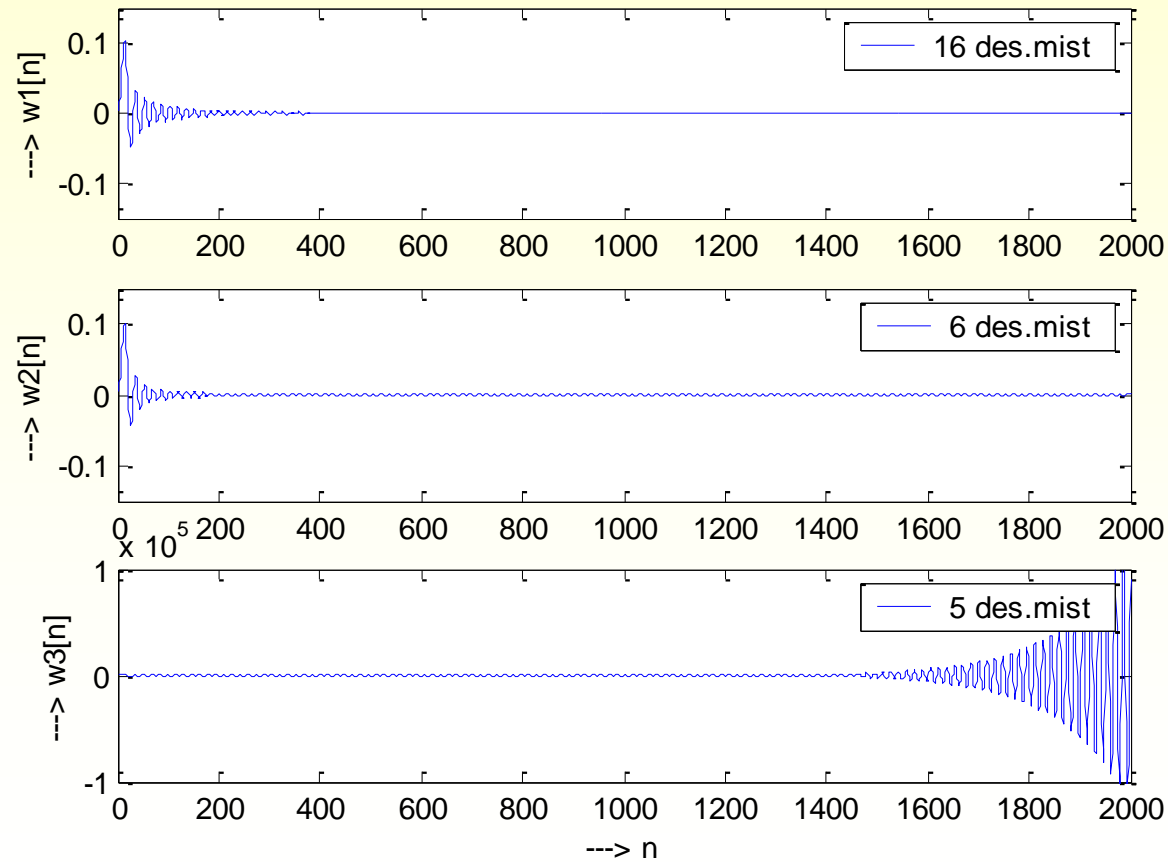


eliptický filtr splňující uvedené požadavky
by měl být 8. řádu s normovanou mezní frekvencí 0,125 (tj. 500 Hz)

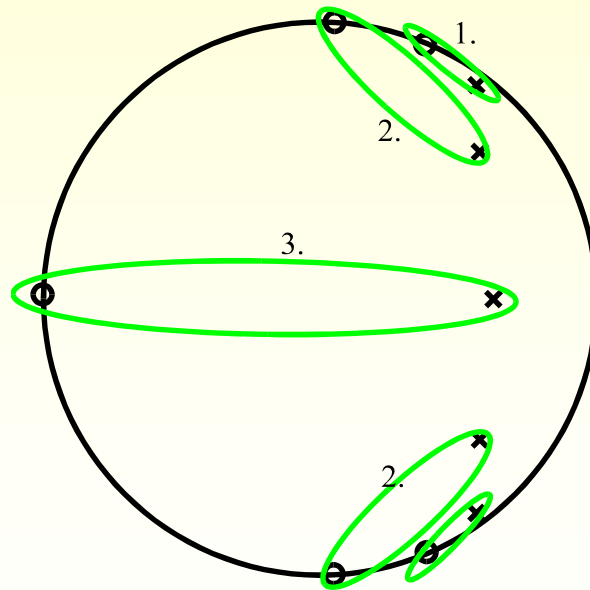
Kvantování koeficientů číslicových filtrů



Kvantování koeficientů číslicových filtrů

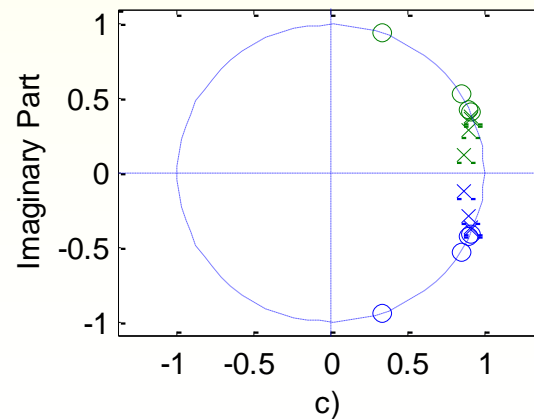
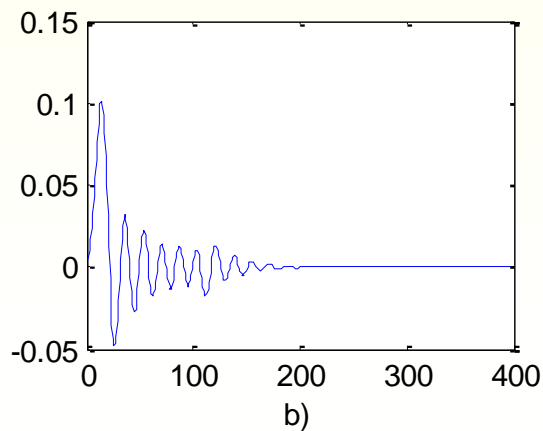
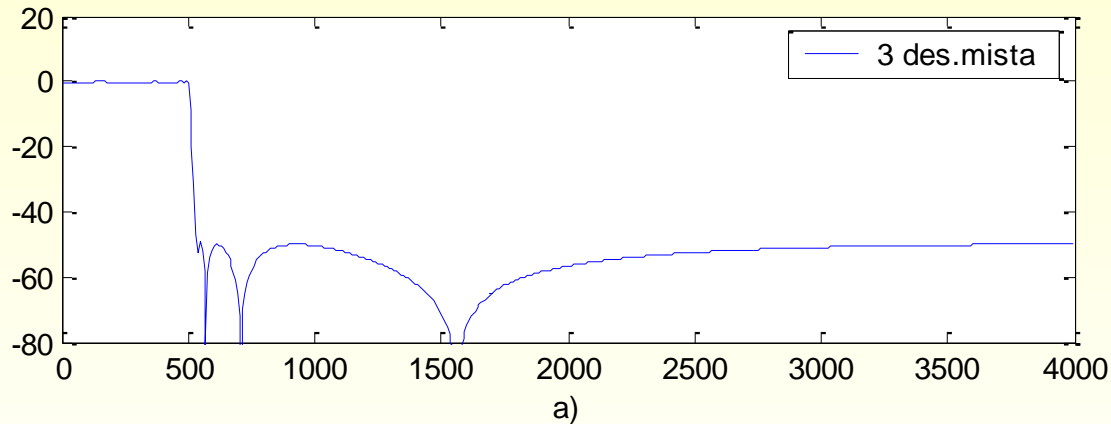


Kvantování koeficientů číslicových filtrů



Kvantování koeficientů číslicových filtrů

- Příklad kaskádního spojení IIR filtrů 2.řádu



Kvantování koeficientů číslicových filtrů

```
f_s = 8000;           % vzorkovací frekvence
f1n = 500/(f_s/2);    % normovaný kmitocet prouštného pásma
f2n = 540/(f_s/2);    % normovaný kmitocet neprouštného pásma
rp = 0.5;             % zvlnění v dB v propustném pásnu
rs = 50;              % odstup v dB nepropustného pásma
[n,fn]=ellipord(f1n,f2n,rp,rs)
```

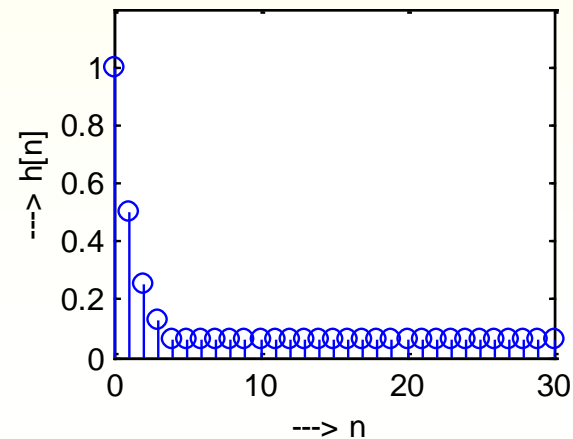
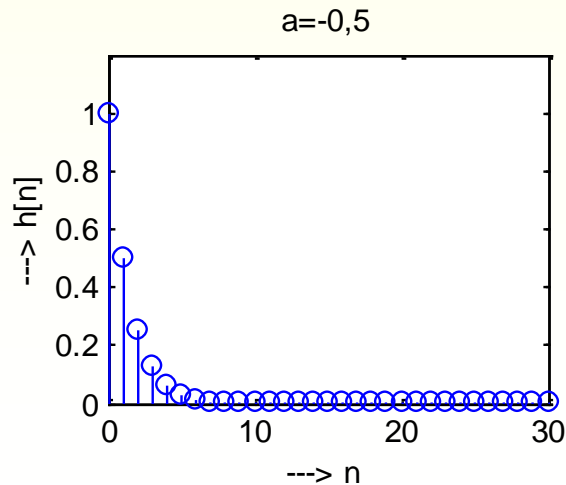
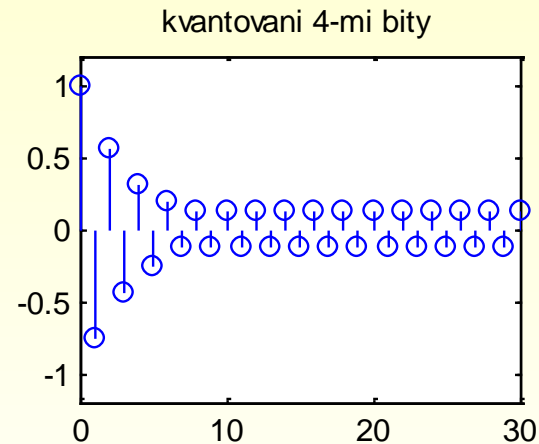
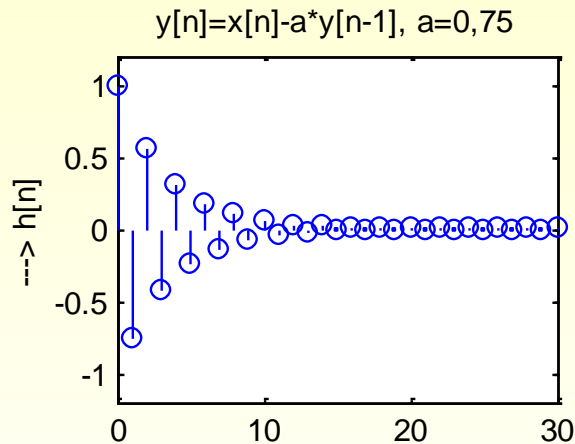
```
[b,a] = ellip(8,.5,50,.125); % výpočet koeficientu filtru
[h,f]=freqz(b,a,512,f_s);    % výpočet frekvencních charakteristik
plot(f,20*log10(abs(h)))     % vykreslení modulové charakteristiky
```

% Koeficienty filtru b a a jsou v MATLABu počítány s přesností 16 číslic

```
b2=round(b*1.e6)./1e6;      % zaokrouhlení koeficientu na 6 des.mist
a2=round(a*1.e6)./1e6;
b3=round(b*1.e5)./1e5;      % zaokrouhlení koeficientu na 5 des.mist
a3=round(a*1.e5)./1e5;
```

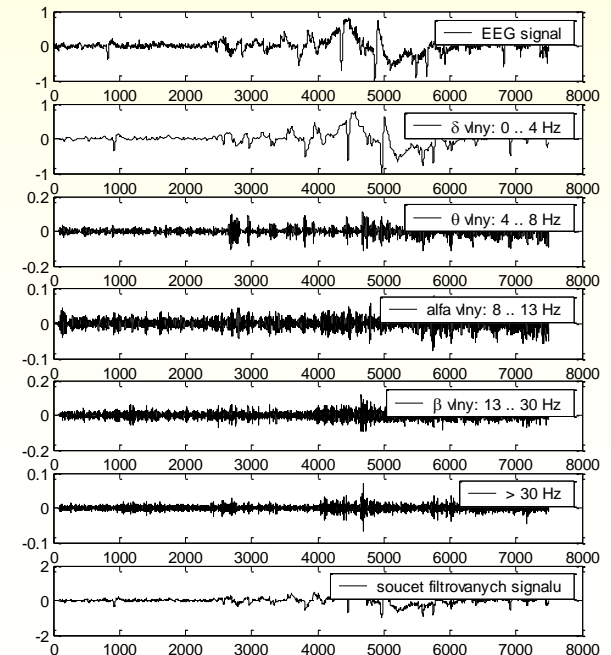
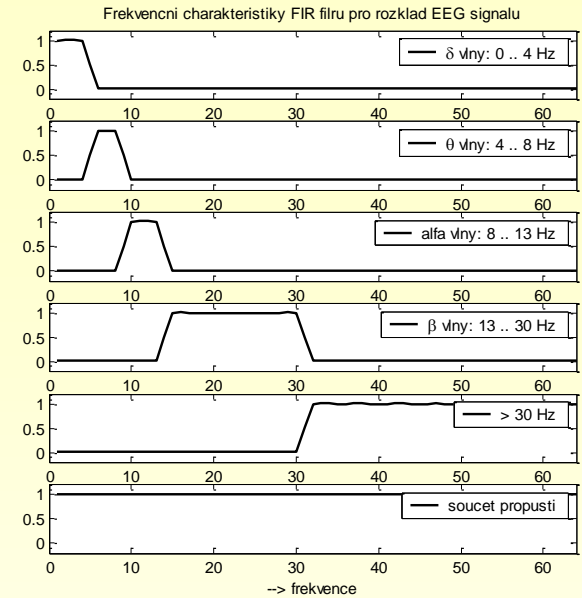
Kvantování koeficientů číslicových filtrů

- Limitní cykly



Filtrace EEG signálu

- Filtrace EEG signálu

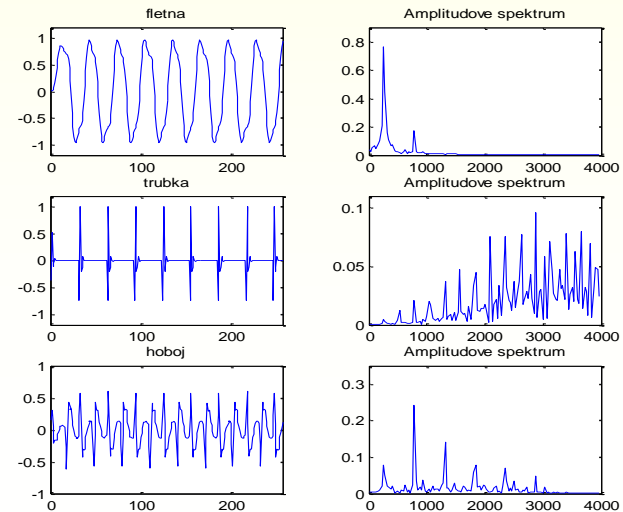
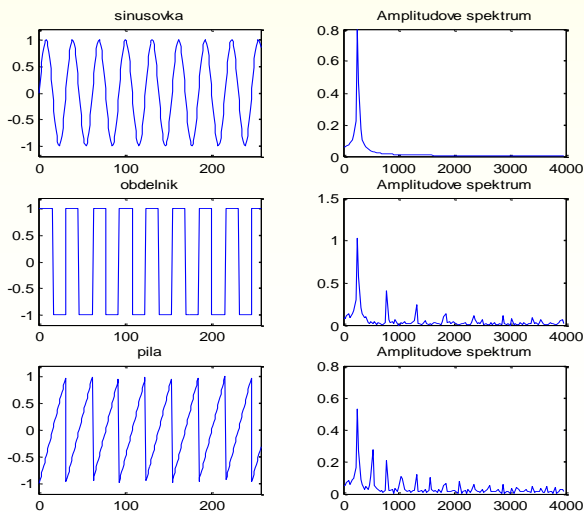


	Pásmo	Amplituda	Typická činnost
	< 0,5 Hz		<i>Pohybové a oční artefakty</i>
δ	0,5 - 4 Hz	<i>Velká</i>	<i>Vlny vznikají v hlubokém spánku, tranzu</i>
θ	4 - 8 Hz	<i>Střední</i>	<i>Souvisí se stavem během denního snění, jsou příznačné pro některé psychické poruchy</i>
α	8 - 13 Hz	<i>Malá</i>	<i>Souvisí s relaxací</i>
β	13 - 30 Hz	<i>Nejmenší</i>	<i>Souvisí s iritací, zlostí, frustrací, starostmi, duševním napětím; vznikají rovněž při usilovném přemýšlení</i>
	> 30		<i>EMG aktivita</i>
<i>REM</i>	60-70 Hz		<i>Rychlé pohyby očí (Rapid eye movement) během spánku</i>

Filtrační syntéza I

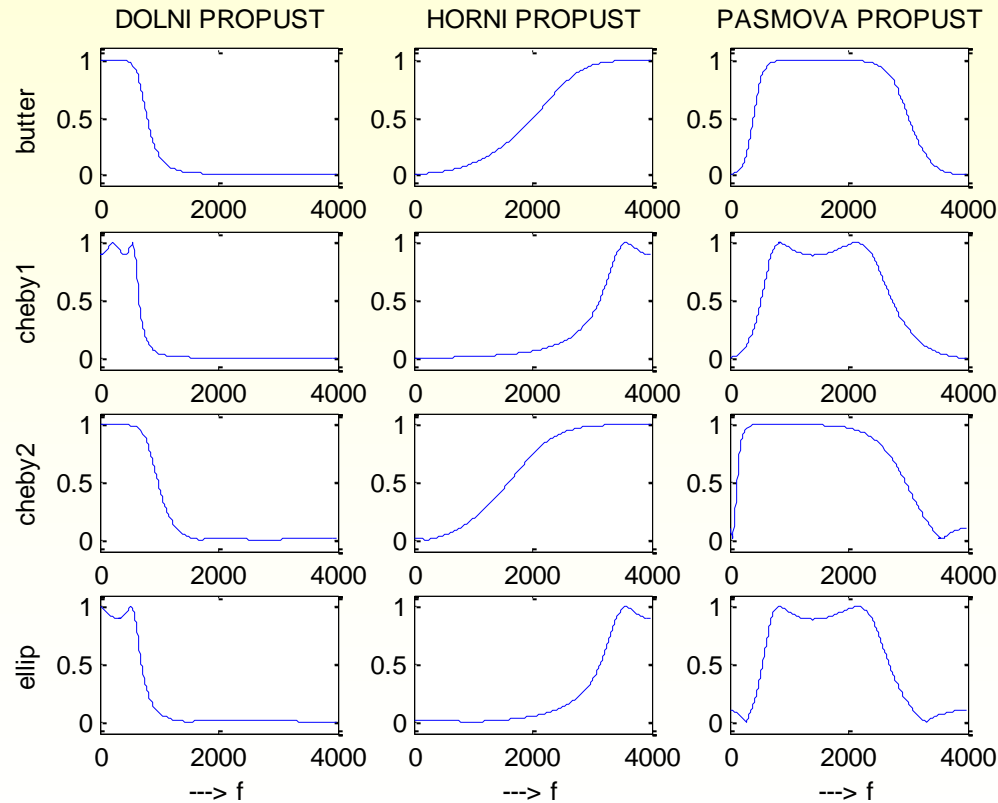
- Syntetické zvuky s použitím IIR filtrů

Typ filtru	Parametry filtru				Vstupní signál	Výstupní signál
	[Hz]	[Hz]	[dB]	[dB]		
DP	600	1600	1	40	Obdélník	Flétna
HP	3400	340	1	40	Pila	Trubka
PP	[700 2400]	[70 3400]	1	40	Obdélník	Hoboj

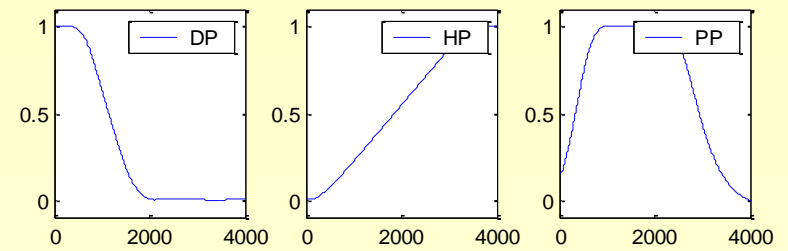


Filtrační syntéza II

- Syntetické zvuky s použitím IIR filtrů



Filtrační syntéza III



```
f=[0 600/4000 1600/4000 4000/4000];  
m=[1 1 0 0];  
[dpb,dpa]=yulewalk(5,f,m);  
subplot(1,3,1), plot(abs(freqz(dpb,dpa,4000)))  
axis([0 4000 -0.1 1.1])  
xlabel('---> f [Hz]'), legend('DP')
```

% 'DP'

```
f=[0 340/4000 3400/4000 4000/4000];  
m=[0 0 1 1];  
[hpb,hpa]=yulewalk(5,f,m);  
subplot(1,3,2), plot(abs(freqz(hpb,hpa,4000)))  
axis([0 4000 -0.1 1.1])  
xlabel('---> f [Hz]'), legend('HP')
```

% 'HP'

```
f=[0 70/4000 700/4000 2400/4000 3400/4000 4000/4000];  
m=[0 0 1 1 0 0];  
[ppb,ppa]=yulewalk(5,f,m);  
subplot(1,3,3), plot(abs(freqz(ppb,ppa,4000)))  
axis([0 4000 -0.1 1.1])  
xlabel('---> f [Hz]'), legend('PP')
```

% 'PP'

Filtrační syntéza IV

